

Zadatak 1.1.

Pronađi amplitudski i fazni spektar periodičnog signala $f(t)$, koji je u intervalu jedne periode T definisan na sledeći način:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & 0 < t < t_1 \\ E, & t_1 \leq t \leq t_1 + \tau \\ 0, & t_1 + \tau < t < T. \end{cases} \quad (1)$$

Grafički predstaviti amplitudski i fazni spektar ovog signala za slučaj da je,

- $\tau = T/3, 5$,
- Perioda T dva puta veća, a trajanje impulsa τ isto kao pod a),
- Trajanje impulsa τ dva puta manje, a perioda T ista kao pod a).

Rešenje:

Periodičan signal $f(t)$, čija je osnovna perioda T , može se predstaviti Fourierovim redom u kompleksnom obliku,

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |F_n| e^{j(n\omega_0 t + \theta_n)}, \quad (2)$$

ili Fourierovim redom u trigonometrijskom obliku,

$$f(t) = F_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2|F_n| \cos(n\omega_0 t + \theta_n), \quad (3)$$

gde je,

$$F_n = |F_n| e^{j\theta_n} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (4)$$

i $\omega_0 = 2\pi/T$, osnovna učestanost.

Redom (2) periodičan signal $f(t)$ predstavljen je zbirom beskonačno mnogo prostoperiodičnih komponenata čije su amplitude $|F_n|$, faze θ_n , a učestanosti $n\omega_0$ mogu biti i pozitivne i negativne.

Redom (3) periodičan signal $f(t)$ predstavljen je zbirom beskonačno mnogo kosinusa čije su amplitude $2|F_n|$, faze θ_n , a učestanosti $n\omega_0$ mogu biti samo pozitivne. Ove prostoperiodične komponente nazivaju se i harmonicima periodičnog signala $f(t)$.

Amplitudski spektar signala $f(t)$ obrazuju amplitude a fazni spektar faze harmonika, predstavljene u funkciji učestanosti.

Kada je $f(t)$ predstavljena redom (2) amplitudski i fazni spektar dati su koeficijentima $|F_n|$ odnosno θ_n , za $n=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Ovi spektri nazivaju se dvostranim.

Kada je $f(t)$ predstavljena redom (3) amplitudski i fazni spektar dati su koeficijentima $F_0, 2|F_n|$ i θ_n , za $n=1, 2, 3, \dots$. Ovi spektri se nazivaju jednostranim.

U problemima koji će se razmatrati najčešće će se koristiti dvostrani spektri.

Pošto je $f(t)$ realno, na osnovu (4) sledi da je,

$$F_{-n} = F_n^*, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (5)$$

pa je amplitudski spektar parna funkcija učestanosti,

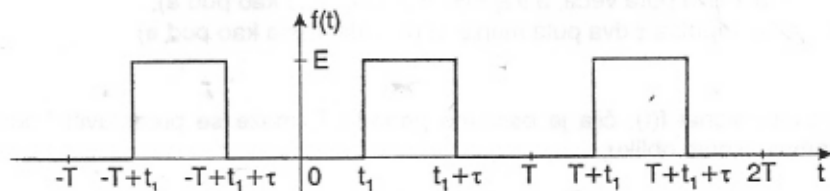
$$|F_{-n}| = |F_n|, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (6)$$

a fazni spektar neparna funkcija učestanosti,

$$\theta_{-n} = -\theta_n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (7)$$

Za signal $f(t)$, prikazan na Sl. 1. kompleksni spektar F_n je:

$$F_n = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+\tau} E e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{E\tau}{T} \frac{\sin(n\omega_0 \tau/2)}{n\omega_0 \tau/2} e^{-jn\omega_0 (t_1 + \tau/2)} \quad (8)$$



Sl. 1. - Periodična povorka pravougaonih impulsa.

Amplitudski spektar datog signala je,

$$|F_n| = \frac{E\tau}{T} \left| \frac{\sin(n\omega_0 \tau/2)}{n\omega_0 \tau/2} \right|, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (9)$$

a fazni spektar,

$$\theta_n = -n\omega_0 (t_1 + \tau/2) + \Delta\theta_n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (10)$$

Funkcija $\Delta\theta_n$ uvedena je iz sledećeg razloga. Faktor $[\sin(n\omega_0 \tau/2)]/(n\omega_0 \tau/2)$ za neke vrednosti $n\omega_0$ ima pozitivnu a za neke negativnu vrednost. Kako je njegov modul uvek pozitivan, informacija o promeni znaka se zadržava uvođenjem funkcije $\Delta\theta_n$ u fazni spektar θ_n . Ova funkcija ima vrednost 0 i $\pm\pi$, a prikazana je na Sl. 2b).

Spektar periodičnog signala je definisan samo za diskretne vrednosti učestanosti. Ovakav spektar naziva se diskretni ili linijski. Međutim često je pogodno da se konstruiše anvelopa linijskog spektra.

Anvelopa $\alpha(\omega)$ amplitudskog spektra $|F_n|$ dobija se zamenom diskretnih vrednosti učestanosti $n\omega_0$ u izrazu (9) kontinualnom promenljivom ω , pa je

$$\alpha(\omega) = E \frac{\tau}{T} \left| \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} \right| \quad (11)$$

Lako se ustanovljava da je maksimalna vrednost anvelope na učestanost $\omega=0$ i da iznosi,

$$F_0 = \lim_{\omega \rightarrow 0} \alpha(\omega) = \frac{E\tau}{T} \quad (12)$$

Anvelope spektra ima nule na učestanostima na kojima je

$$\sin(\omega\tau/2) = 0, \quad \omega \neq 0, \quad (13)$$

što rešavanjem daje,

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} k, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (14)$$

Rastojanja nula anvelope od koordinatnog početka obrnuto su proporcionalna vremenu trajanja impulsa τ .

Anvelope faznog spektra je ,

$$\beta(\omega) = -\omega(t_1 + \tau/2) + \Delta\theta. \quad (15)$$

Posmatranjem izraza (11) i (15) zaključuje se da trenutak uspostavljanja impulsa t_1 utiče samo na fazni spektar signala $f(t)$.

Sada se mogu odrediti spektri za pojedine vrednosti periode T i vremena trajanja impulsa τ , kako je to traženo tekstom zadatka.

a) Kako je $\tau/T=1/3,5$, to je na osnovu (9) amplitudski spektar dat izrazom ,

$$|F_n| = \frac{E}{3,5} \left| \frac{\sin(n\pi/3,5)}{n\pi/3,5} \right|, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (16)$$

Maksimalna vrednost amplitude u spektru je za $n=0$ i iznosi $F_0=E/3,5$.

Nule anvelope amplitudskog spektra nalaze se, na osnovu (14), na učestanostima,

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} k = \frac{2\pi}{T} \frac{T}{\tau} k = 3,5\omega_0 k, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (17)$$

Neka je $t_1=\tau/2$. Tada je fazni spektar,

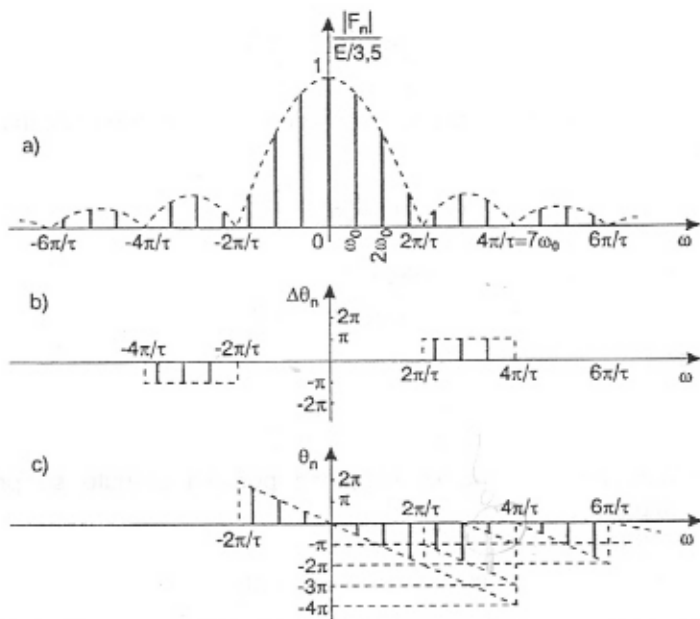
$$\theta_n = -n\omega_0\tau + \Delta\theta_n. \quad (18)$$

Amplitudski i fazni spektar signala $f(t)$ za dati odnos $\tau/T=1/3,5$, opisani izrazima (16) i (18) kao i odgovarajuće anvelope, prikazani su na Sl. 2a) i 2c).

b) sada je perioda signala dva puta veća, dakle $T=7\tau$. Izraz za amplitudski spektar glasi:

$$|F_n| = \frac{E}{7} \left| \frac{\sin(n\pi/7)}{n\pi/7} \right|, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (19)$$

Maksimalna amplituda $F_0=E/7$ je manja od one iz prethodnog slučaja, jer je trajanje impulsa ostalo nepromenjeno a perioda signala T je veća.



Sl.2 - Spektri periodične povorke pravougaonih impulsa za $\tau=T/3,5$. a) Amplitudski spektar; b) Uvedena funkcija $\Delta\theta_n$; c) Fazni spektar.

Nule anvelope amplitudskog spektra nalaze se na učestanostima,

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau}k, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (20)$$

dakle, istim kao i u slučaju pod a).

Kako se osnovna učestanost $\omega_0=2\pi/T$ smanjila, to znači i da se rastojanje između harmonika smanjilo. Drugim rečima, spektar signala je postao "gušći", odnosno povećao se broj harmonika ispod jedne arkade anvelope.

Neka je $t_1=0$. Fazni spektar je,

$$\theta_n = -n\omega_0\tau/2 + \Delta\theta_n \quad (21)$$

Amplitudski i fazni spektar za ovaj slučaj prikazani su na Sl. 3a) i 3b), respektivno.

c) Trajanje impulsa je sada dva puta kraće nego u slučaju pod a). Dakle $\tau=T/7$.

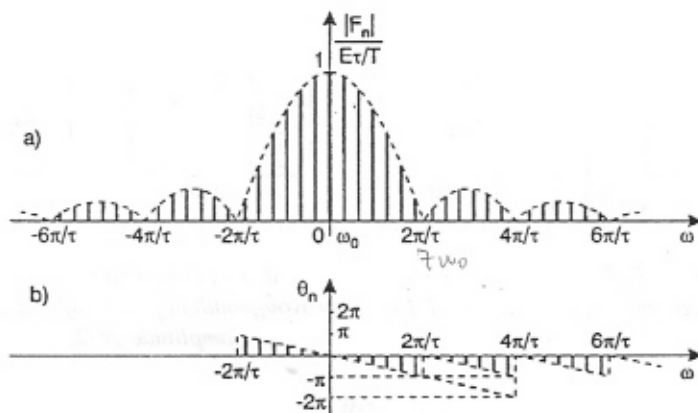
Amplitudski spektar je:

$$|F_n| = \frac{E}{7} \left| \frac{\sin(n\pi/7)}{n\pi/7} \right|, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (22)$$

Maksimalna amplituda je i sada $F_0=E/7$. Međutim, kako se trajanje impulsa promenilo, a perioda ostala ista kao i u slučaju pod a), to se nule anvelope nalaze na učestanostima,

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau}k = 7\omega_0k, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (23)$$

dakle na dva puta većim učestanostima nego u prvom i drugom slučaju.

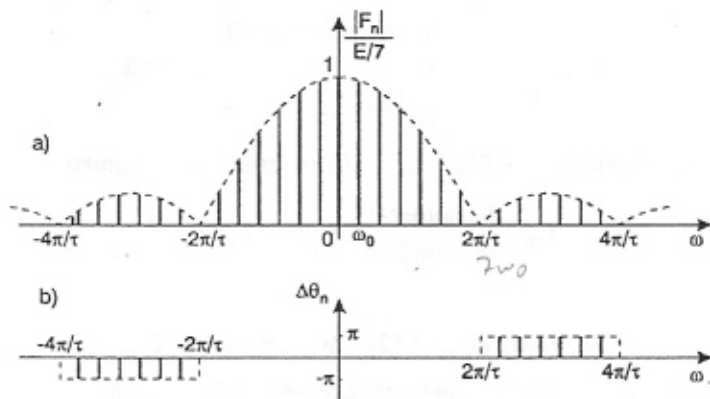


Sl. 3 - Spektar periodične povorke pravougaonih impulsa za $t=T/7$.

Amplitudski spektar; b) Fazni spektar.

a)

Rastojanje između harmonika je isto kao i u slučaju pod a) tako da je amplitudski spektar kao onaj na Sl. 4a).



Sl. 4 - Spektar periodične povorke pravougaonih impulsa za $\tau=T/7$;

a) Amplitudski spektar; b) Fazni spektar.

Neka je $t_1 = -\tau/2$. Fazni spektar je sada

$$\theta_n = \Delta\theta_n$$

(24)

i prikazan je na Sl. 4b).

Zadatak 1.8

Pronađi spektralnu gustinu amplituda i faza signala opisanog funkcijom $f(t)$ koja glasi:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & -\infty < t < -\tau/2, \\ E, & -\tau/2 \leq t \leq \tau/2, \\ 0, & \tau/2 < t < \infty. \end{cases} \quad (1)$$

Na osnovu dobijenog rezultata pronađi spektralnu gustinu amplituda ovog signala kada,

- a) $\tau \rightarrow 0$ i $E\tau = 1$,
- b) $\tau \rightarrow \infty$.

Rešenje:

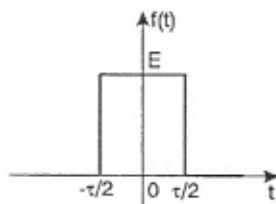
Fourierova transformacija aperiodičnog signala $f(t)$, $\mathcal{F}[f(t)] = F(j\omega)$ opisuje signal u domenu učestanosti ω i naziva se kompleksnim spektrom signala $f(t)$. Spektar $F(j\omega)$ je dat sledećim izrazom:

$$F(j\omega) = |F(j\omega)|e^{j\theta(\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt. \quad (2)$$

Apsolutna vrednost kompleksnog spektra $|F(j\omega)|$ naziva se spektralnom gustinom amplituda, a argument $\theta(\omega)$ spektralnom gustinom faza.

Za dati signal $f(t)$, koji je prikazan na Sl.1, izraz (2) postaje,

$$F(j\omega) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} Ee^{-j\omega t} dt = 2E \int_0^{\tau/2} \cos \omega t dt = E\tau \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} \quad (3)$$



Sl.1 - Pravougaoni impuls u koordinatnom početku.

Spektralne gustine amplituda i faza ovog signala su:

$$|F(j\omega)| = E\tau \left| \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} \right| \quad (4)$$

$$\theta(\omega) = \begin{cases} 0, & \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} > 0 \\ \pm\pi, & \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} < 0, \end{cases} \quad (5)$$

i prikazane su na Sl.2a) i 2b), respektivno.

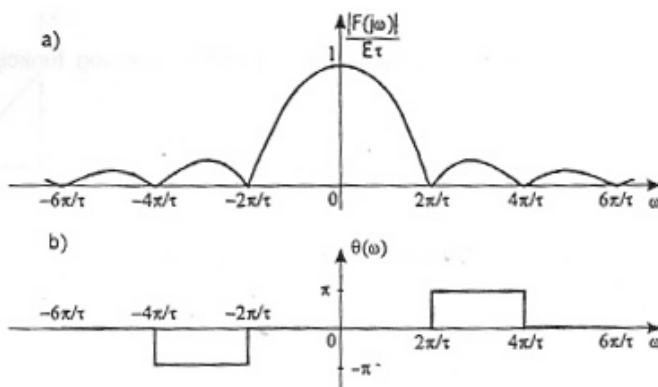
- a) Kako je u ovom slučaju,

$$E\tau = 1, \quad (6)$$

to se, kada $\tau \rightarrow 0$, pravougaoni impuls svodi na Diracov impuls u koordinatnom početku,

$$\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} f(t), \quad (7)$$

koji je simbolički prikazan na Sl.3.



Sl.2 - Spektri jednog pravougaonog impulsa. a) Spektralna gustina amplituda i b) Spektralna gustina faza.



Sl.3 - Diracov impuls u koordinatnom početku.

Sl.4 - Spektralna gustina amplituda Diracovog impulsa.

Fourierova transformacija Diracovog impulsa može se odrediti na osnovu (7) kao,

$$\Delta(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt = 1. \quad (8)$$

Dakle, spektralna gustina amplituda Diracovog impulsa je konstantna za sve učestanosti $-\infty < \omega < \infty$, a prikazana je na Sl.4. Inverzna Fourierova transformacija spektra $F(j\omega)$ jednaka je signalu $f(t)$;

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (9)$$

tako da je, s obzirom na (8),

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 1 \cdot e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \cos \omega t d\omega. \quad (10)$$

b) U ovom slučaju, pošto $\tau \rightarrow \infty$, jedan pravougaoni impuls se transformiše u signal konstantne vrednosti E , kako je to prikazano na Sl.5.

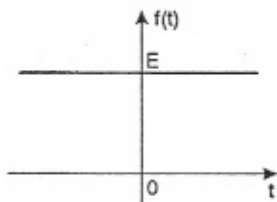
Fourierova transformacija ovog signala je,

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E e^{-j\omega t} dt = E \int_{-\infty}^{\infty} \cos \omega t dt \quad (11)$$

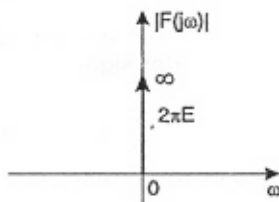
Upoređenjem (10) i (11) dobija se,

$$F(j\omega) = 2\pi E \delta(\omega). \quad (12)$$

Dakle, spektralna gustina amplituda konstantnog signala je Diracov impuls u koordinatnom početku, površine $2\pi E$, a prikazana je na Sl. 6.



Sl.5 - Konstantan signal vrednosti E.



Sl.6 - Spektralna gustina amplituda konstantnog signala.

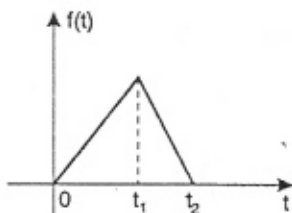
Zadatak 1.9

Ako je poznat spektar $F(j\omega)$ signala $f(t)$, naći spektar signala

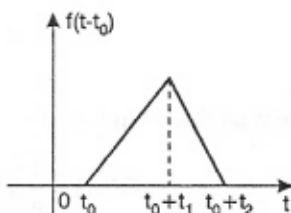
$$f_1(t) = f(t - t_0). \quad (1)$$

Rešenje:

Neka signal $f(t)$ ima vremenski oblik kao onaj, prikazan na Sl.1. Signal $f(t - t_0)$ predstavlja, za $t_0 > 0$, zakašnjen signal $f(t)$ za t_0 , kako je to prikazano na Sl.2.



Sl.1 - Proizvoljan signal.



Sl.2 - Signal sa Sl.1 zakašnjen za t_0 .

Spektar signala $f(t)$ je po definiciji,

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (2)$$

a signala $f(t - t_0)$,

$$F_1(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - t_0) e^{-j\omega t} dt, \quad (3)$$

Zamenom promenljive $t - t_0 = \mu$ u gornjem integralu dobija se.

$$F_1(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mu) e^{-j\mu\omega} e^{-j\omega t_0} d\mu = e^{-j\omega t_0} \int_{-\infty}^{\infty} f(\mu) e^{-j\mu\omega} d\mu. \quad (4)$$

Poređenjem izraza (2) i (5) sledi,

$$F_1(j\omega) = F(j\omega) e^{-j\omega t_0}. \quad (5)$$

Amplitudski spektar signala $f(t-t_0)$ je,

$$|F_1(j\omega)| = |F(j\omega)|, \quad (6)$$

dakle, isti kao i amplitudski spektar signala $f(t)$.

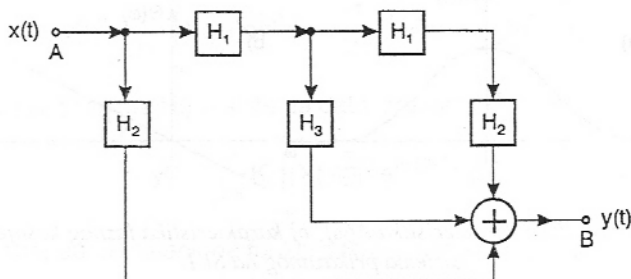
Ako je fazni spektar signala $f(t)$, $\theta(\omega)$, tada je fazni spektar signala $f(t-t_0)$ na osnovu izraza (5),

$$\theta_1(\omega) = \theta(\omega) - \omega t_0 \quad (7)$$

Dakle, transliranje signala u vremenu izaziva promenu samo u faznom spektru signala.

Zadatak 3.1.

U šemi datoj na Sl.1, sa H_1 je označen sklop čija je funkcija prenosa $H_1(j\omega) = e^{-j\omega\tau}$, a sa H_2 i H_3 oslabljivači čije su funkcije prenosa $H_2(j\omega) = A_2$ i $H_3(j\omega) = A_3$.



Sl.1 - Linearan sistem formiran od sklopova H_1 , H_2 i H_3 .

- a) Pronaći funkciju prenosa $H(j\omega)$ sistema između tačaka A i B,
c) Nacrtati signal u tački B kada je u tačku A doveden pravougaoni impuls trajanja τ .

Rešenje:

Funkcija prenosa $H(j\omega)$, sistema sa Sl.1, između tačaka A i B, je,

$$H(j\omega) = A(\omega)e^{-j\theta(\omega)} = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}, \quad (1)$$

gde je $A(\omega)$ amplitudska karakteristika a $\theta(\omega)$ karakteristika faznog kašnjenja sistema. $Y(j\omega)$ i $X(j\omega)$ su spektri izlaznog i ulaznog signala, respektivno.

Izlazni signal $y(t)$ jednak je zbiru tri signala, što znači da je spektar $Y(j\omega)$ signala $y(t)$ jednak zbiru spektara svakog od ovih signala.

Sa Sl.1 se vidi da je,

$$Y(j\omega) = [H_1^2(j\omega)H_2(j\omega) + H_1(j\omega)H_3(j\omega) + H_2(j\omega)]X(j\omega), \quad (2)$$

odnosno,

$$H(j\omega) = H_1^2(j\omega)H_2(j\omega) + H_1(j\omega)H_3(j\omega) + H_2(j\omega). \quad (3)$$

S obzirom na pojedine funkcije prenosa date tekstom zadatka, sledi,

$$H(j\omega) = A_2 e^{-2j\omega\tau} + A_3 e^{-j\omega\tau} + A_2 = (A_3 + 2A_2 \cos\omega\tau) e^{-j\omega\tau}, \quad (4)$$

što znači da je amplitudska karakteristika funkcije prenosa sistema jednaka,

$$A(\omega) = A_3 + 2A_2 \cos\omega\tau, \quad (5)$$

a karakteristika faznog kašnjenja,

$$\theta(\omega) = \omega\tau. \quad (6)$$

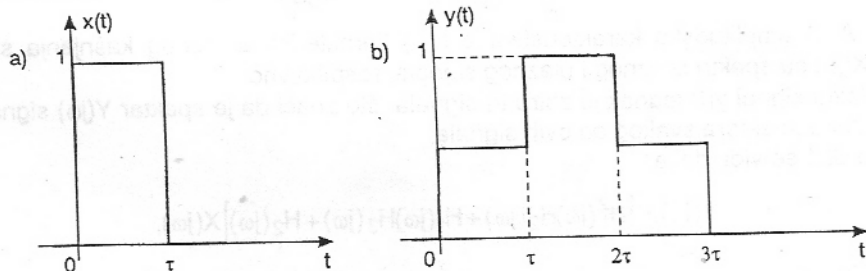
c) Kako je na osnovu (2),

$$Y(j\omega) = \left(\frac{1}{2} + e^{-j\omega\tau} + \frac{1}{2} e^{-j\omega 2\tau} \right) X(j\omega) \quad (10)$$

to je signal u tački B jednak,

$$y(t) = \frac{1}{2}x(t) + x(t-\tau) + \frac{1}{2}x(t-2\tau) \quad (11)$$

Kada je signal $x(t)$ pravougaoni impuls trajanja τ , kako je prikazano na Sl. 3a), tada je signal u tački B kao onaj prikazan na Sl.3b).



Sl.3 - a) Signal na ulazu i b) signal na izlazu sistema za prenos sa Sl.1.

Угеланат аретос:

$$y(t) = Ax(t - t_0)$$

(моще скануран и аномелат \Rightarrow типе изобаврент)

$$\Rightarrow H(j\omega) = ?$$

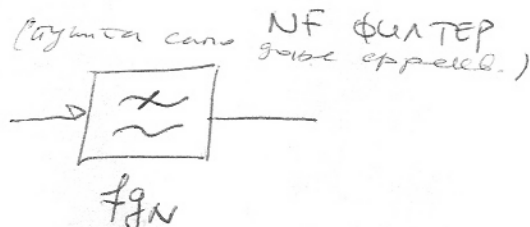
$$Y(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} A x(\underbrace{t - t_0}_{\tau}) e^{-j\omega t} dt = A \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) e^{-j\omega t_0} e^{-j\omega \tau} d\tau$$

$$\begin{cases} a) t = \tau + t_0 \\ \tau = t - t_0 \\ d\tau = dt \end{cases}$$

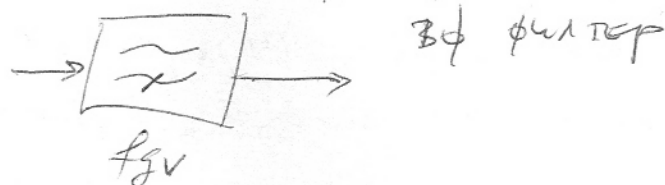
$$= A e^{-j\omega t_0} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau = A e^{-j\omega t_0} X(j\omega)$$

$$\Rightarrow H(j\omega) = A e^{-j\omega t_0}$$

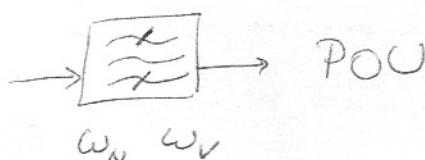
га бу се
антал 4000-10
аретос

$\Theta(\omega)$ фазовый спектр

(see above freq.)



30 641 100



ПРОПУСТИ ФИЛТЕР

$$A(\omega) = \begin{cases} 1 + \Delta A_{0, \frac{\omega}{2}}, & |\omega| < \omega_N = \frac{2\pi}{T} \\ 0 & , \quad |\omega| > \omega_N \end{cases}$$

$\theta(\omega) = \omega t_0$ — пропускная;
график частоты $\theta(\omega)$
оасет
задержка $\theta(\omega)$ — частота

$[0, \omega_N]$

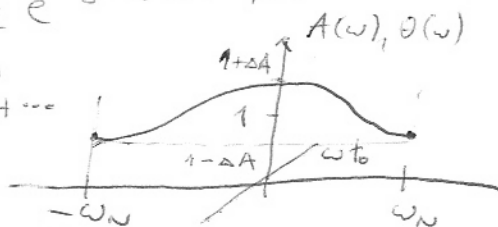
$$\begin{aligned} H(j\omega) &= A(\omega) e^{-j\theta(\omega)} = \left(1 + \Delta A \cos \frac{\omega \hat{\tau}}{2}\right) e^{-j\omega t_0} \\ &= \left(1 + \frac{\Delta A}{2} e^{j\omega \hat{\tau}/2} + \frac{\Delta A}{2} e^{-j\omega \hat{\tau}/2}\right) e^{-j\omega t_0} \\ &= e^{-j\omega t_0} + \frac{\Delta A}{2} e^{-j\omega(t_0 - \hat{\tau}/2)} + \frac{\Delta A}{2} e^{-j\omega(t_0 + \hat{\tau}/2)} \end{aligned}$$

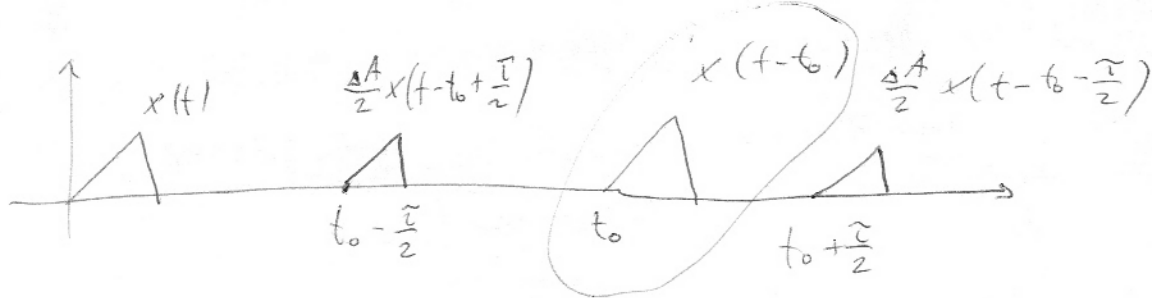
$$\cos \frac{\omega T}{2} = \frac{1}{2} (e^{j\frac{\omega T}{2}} + e^{-j\frac{\omega T}{2}})$$

$$= e^{-j\omega t_0} + \frac{\Delta A}{2} e^{-j\omega(t_0 - \tau/2)} + \frac{\Delta A}{2} e^{-j\omega(t_0 + \tau/2)}$$

$$\Rightarrow Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot H(j\omega) = X(j\omega) e^{-j\omega t_0} + X(j\omega) \frac{\Delta A}{2} e^{-j\omega(t_0 - \tau/2)} + \dots$$

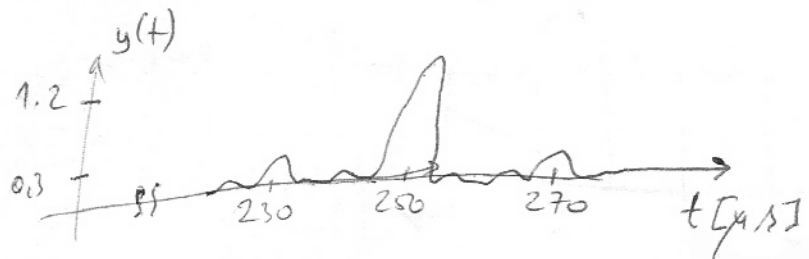
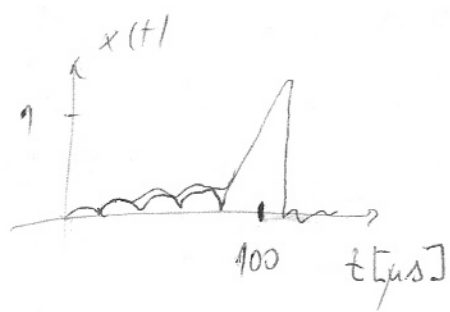
$$y(t) = x(t - t_0) + \frac{\Delta A}{2} x(t - t_0 + \frac{\tau}{2}) + \frac{\Delta A}{2} x(t - t_0 - \frac{\tau}{2}) + \dots$$





ovo je
Hebberov signal

④ Kada na ulaz jezgrot ciklusa dolazi $x(t)$ na ulazu su ciklusa govori se $y(t)$. $x(t)$ je opamiret i u ∞ -vrijesti se naredu y apom. osceru ciklusa. Određuju duguju perioda ciklusa i koja brzina usodavrenje je u ∞ -vrijesti?



U pitanju je linearno amplitudsko izoblicenje.

$$y(t) = 0,3 x(t - \underbrace{t_1}_{130 \mu s}) + 1,2 x(t - \underbrace{t_2}_{150 \mu s}) + 0,3 x(t - \underbrace{t_3}_{170 \mu s})$$

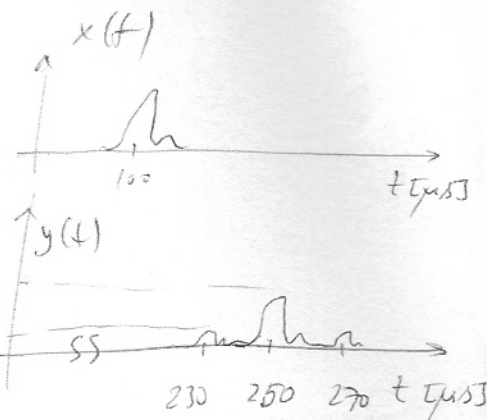
$$Y(j\omega) = 0,3 X(j\omega) e^{-j\omega t_1} + 1,2 X(j\omega) e^{-j\omega t_2} + 0,3 X(j\omega) e^{-j\omega t_3}$$

$$Y(j\omega) = X(j\omega) e^{-j\omega t_2} (0,3 e^{-j\omega(t_1 - t_2)} + 1,2 + 0,3 e^{-j\omega(t_3 - t_2)})$$

$$= X(j\omega) e^{-j\omega t_2} (1,2 + 0,3 e^{-j\omega \Delta t} + 0,3 e^{j\omega \Delta t})$$

$$= X(j\omega) e^{-j\omega t_2} (1,2 + 0,3 \cdot 2 \cos(\omega \Delta t))$$

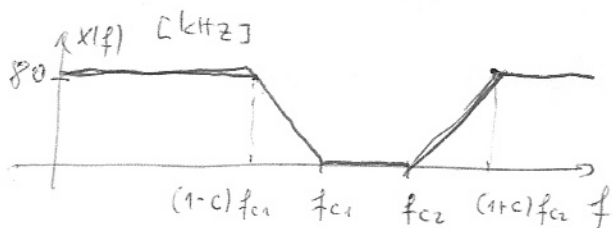
$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = (1,2 + 0,6 \cos \omega \Delta t) \cdot e^{-j\omega t_2}$$



$$\begin{aligned} t_1 &= 130 \mu s \\ t_2 &= 150 \mu s \\ t_3 &= 170 \mu s \\ \Delta t &= t_3 - t_2 = t_2 - t_1 = 20 \mu s \\ t_1 &= t_2 - \Delta t \\ t_3 &= t_2 + \Delta t \end{aligned}$$

② На улазном делу доводи се добојни сигнал изи антена заузима опсег фреквенција од 300 kHz до 3400 kHz. Сигнал потпуно потпуно иста на улазу предајника пребага заузима опсег од 50,3 kHz до 54 kHz. За добивање

сигнала на распонатају од 1 пројекти потпуно (много) и 1 филтер пројекти опсег фреквенција, карактеристика слабљења филтера је дата на слици:

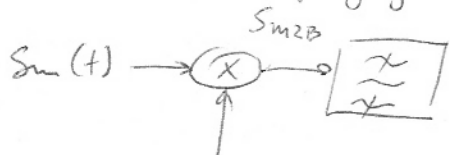


$$\begin{aligned} A_P &= \frac{1}{A_L} \text{ (ојаснања)} \\ A_L &= 10 \text{ (loss)} \\ A_P &= 1/10 \text{ (потпањане)} \\ P_I &= A_P P_u \\ P_I &= \frac{P_u}{A_L} \end{aligned}$$

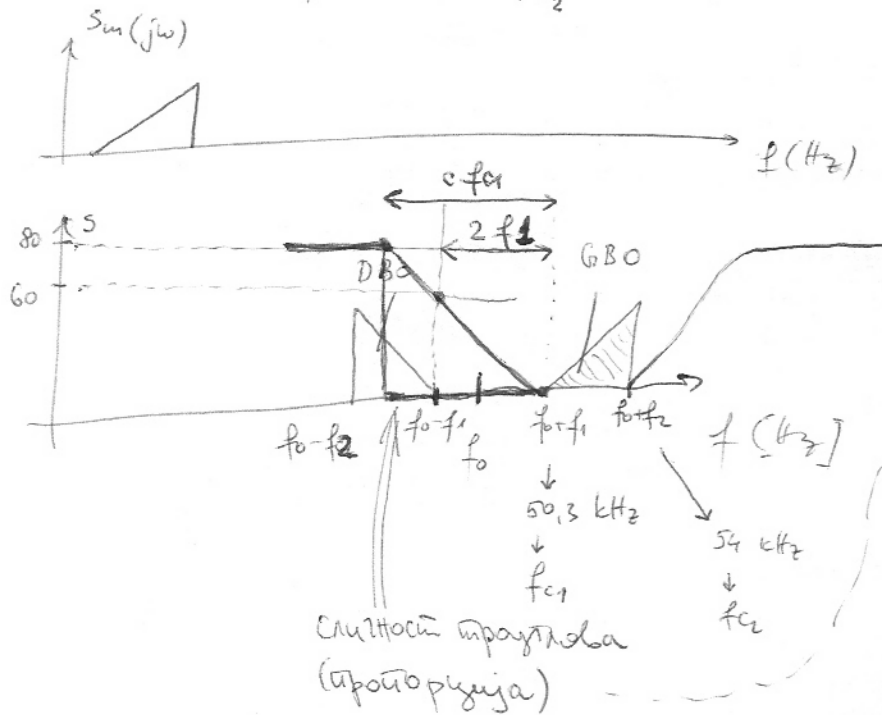
а) Максимална вредност коначне слабења да две боље компоненте из опсега не буду ослабљене за више од 60 dB.

б) Блок шема предајника са означеним фреквенцијама...

Блок цена предајника



$S_0(t)$, $f_0 = 50 \text{ kHz}$ $f_{c1} = 50,3 \text{ kHz}$
 $f_{c2} = 54 \text{ kHz}$



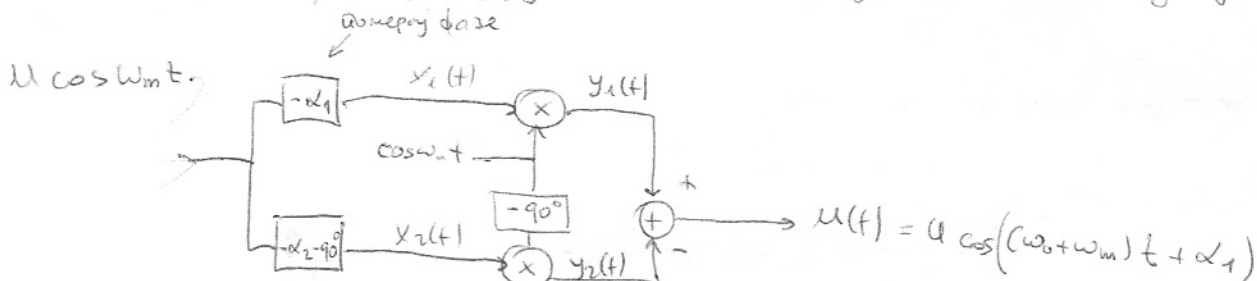
$$\frac{C_{f9}}{Z_{f1}} = \frac{80}{60}$$

$$C_x = \frac{\delta f_1}{3 f_{c1}} = \frac{\delta f_1}{3(f_0 + f_1)}$$

$$C_r = \frac{8.300 \text{ Hz}}{3.50300 \text{ Hz}} = 2,016$$

3.

• Habi konuen wpea ga byzy α_1 u α_2 tako ga se na wazy godije
umeru faze



$$x_1(t) = u \cos(\omega_n t - \alpha_1)$$

$$V_2(t) = U \cos(\omega_m t - \alpha_2 - 90^\circ) = U \sin(\omega_m t - \alpha_2)$$

$$\sin \omega_0 t = (\cos \omega_0 t - 90^\circ)$$

$$u(t) = x_1(t) \cos \omega_0 t - x_2(t) \sin \omega_0 t$$

$$= U \cos(\omega_m t - \alpha_1) \cos \omega_0 t - V \sin(\omega_m t - \alpha_2) \sin \omega_0 t$$

$$= \frac{4}{2} \left\{ \cos(\underbrace{(\omega_0 + \omega_m)}_{\text{sum}} t - \alpha_1) + \cos(\underbrace{(\omega_0 - \omega_m)}_{\text{diff}} t + \alpha_1) \right\} =$$

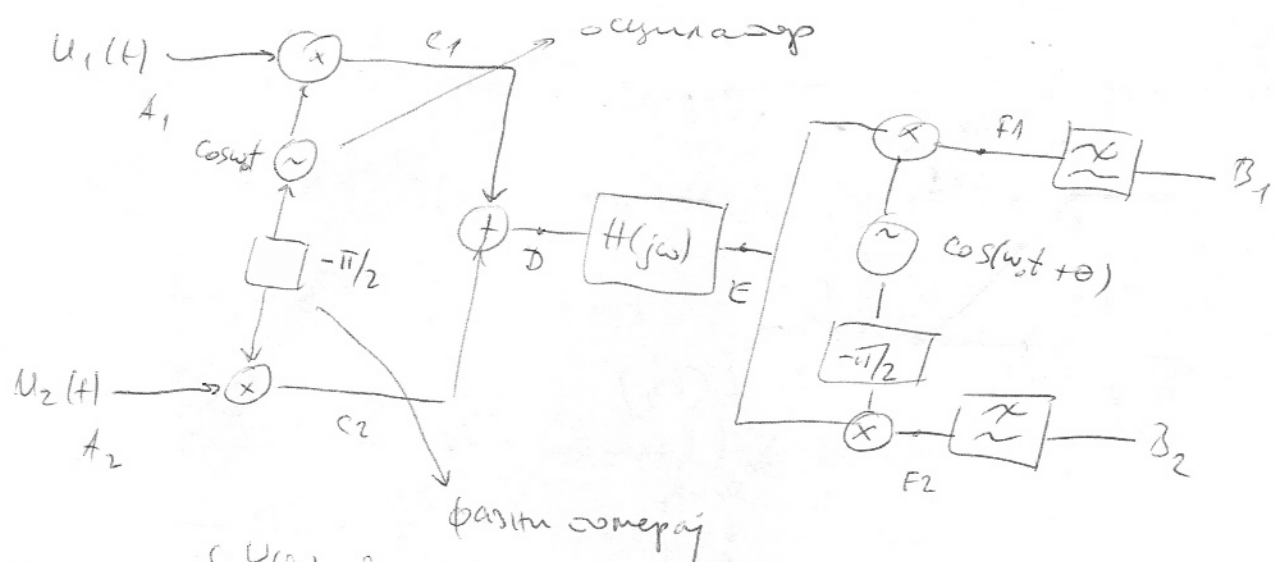
$$\frac{A}{2} \{ \cos(\omega_0 - \omega_m)t + \alpha_2) - \cos(\omega_0 + \omega_m)t - \alpha_2) \} =$$

$$= U \cos\left((\omega_0 + \omega_m)t + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right) \cdot \underbrace{\cos \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}}_{\cos 0 = 1} - U \sin\left((\omega_0 + \omega_m)t + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}\right) \underbrace{\sin \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}}_{\sin 0 = 0}$$

$$h(t) = U \cos(\omega_0 + \omega_m t - \alpha)$$

4. На слици је блок шема којом се апериодне 2 сигнала $U_1(t)$ и $U_2(t)$.

Показано је да се на излазу B_1 , B_2 добија херцосинусни сигнал 1, $\cos t$ 2 у излазу B_2 је $\theta = 0$.



$$U_1(j\omega) = \begin{cases} U_1(j\omega), & f \in (0, f_m) \\ 0, & f > f_m \end{cases}$$

$$U_2(j\omega) = \begin{cases} U_2(j\omega), & f \in (0, f_m) \\ 0, & f > f_m \end{cases}$$

$$H(j\omega) = 1, \quad \omega \in (\omega_0 - \omega_m, \omega_0 + \omega_m)$$

$$U_D(t) = U_1(t) \cos \omega_0 t + U_2(t) \cos(\omega_0 t - \pi/2) = U_1(t) \cos \omega_0 t + U_2(t) \sin \omega_0 t$$

$$U_{F1}(t) = U_2(t) \cos(\omega_0 t + \theta) = (U_1(t) \cos \omega_0 t + U_2(t) \sin \omega_0 t) \cos(\omega_0 t + \theta)$$

$$= \frac{1}{2} U_1(t) \cos \theta - \frac{1}{2} U_2(t) \sin \theta + \frac{1}{2} U_1(t) \cos(2\omega_0 t + \theta) + \frac{1}{2} U_2(t) \sin(2\omega_0 t + \theta)$$

$$U_{B1}(t) = \frac{1}{2} U_1(t) \cos \theta - \frac{1}{2} U_2(t) \sin \theta$$

неке апериодне NF функције
 $2f_0 + f_m \leq f \leq 2f_0 - f_m$

$$U_{F2}(t) = U_2(t) \cos(\omega_0 t - \pi/2 + \theta) = U_2(t) \sin(\omega_0 t + \theta)$$

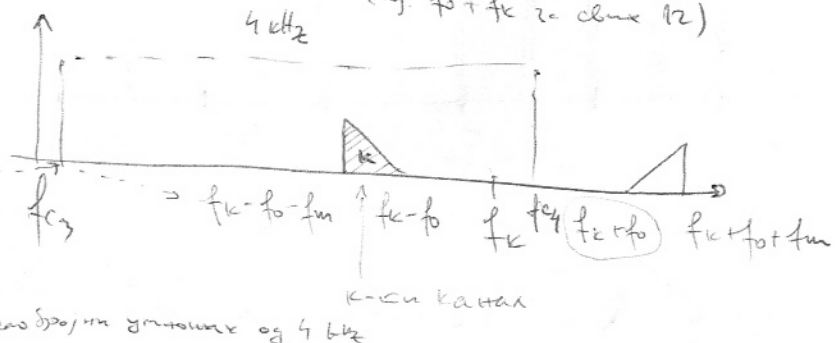
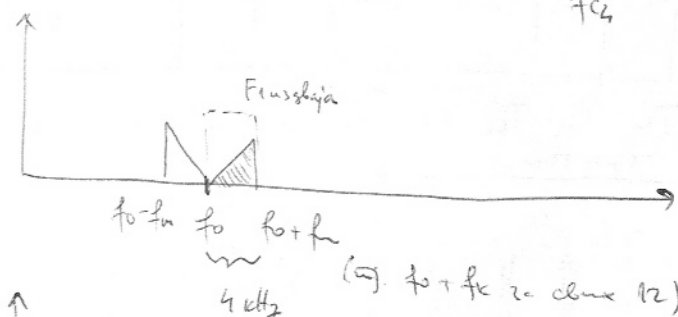
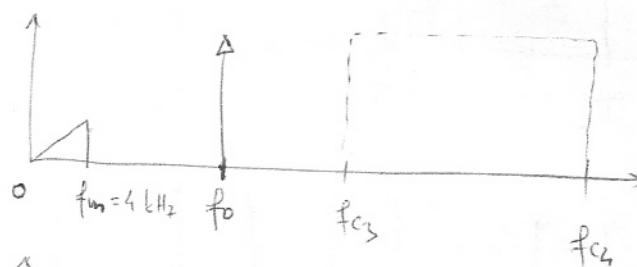
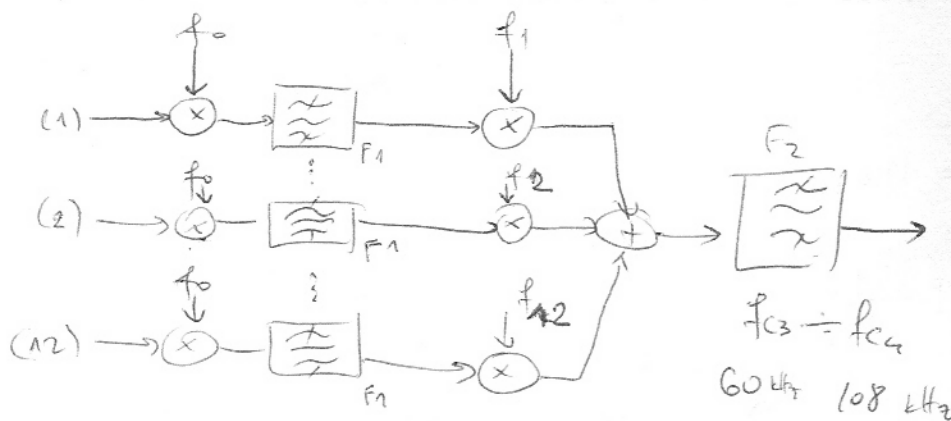
$$= \frac{1}{2} U_2(t) \cos \theta - \frac{1}{2} U_1(t) \sin \theta - \frac{1}{2} U_2(t) \cos(2\omega_0 t + \theta) + \frac{1}{2} U_1(t) \sin(2\omega_0 t + \theta)$$

$2f_0 - f_m \leq f \leq 2f_0 + f_m \rightarrow$ неке апериодне NF функције

$$U_{B2}(t) = \frac{1}{2} U_2(t) \cos \theta - \frac{1}{2} U_1(t) \sin \theta$$

4. Od antena iz 12 elektronskih kanala obrazuje se
 1.6. multiplexni signal po principu frekventne razdvajanja.

Pretpostavljamo da se na ulazu uređaja
 nalaze signali od $f_{c3} = 60 \text{ kHz}$ i $f_{c4} = 108 \text{ kHz}$, pri čemu se
 svaki signal u svakom kanalu nalazi u obliku
 položaja i zauzima opseg 4 kHz . $f_{c2} - f_{c1} = 4 \text{ kHz}$
 Poslednja se se formira
 bojni opseg protiv minimalnu vrednost f_{c3} tako da se
 posle 2. modulacije zajedničkim faktorom mogu postići
 bojni opsegi iz svih kanala. Određuju f_1, f_2, \dots, f_{12} kada je
 $f_0 = k \cdot 4 \text{ kHz}$



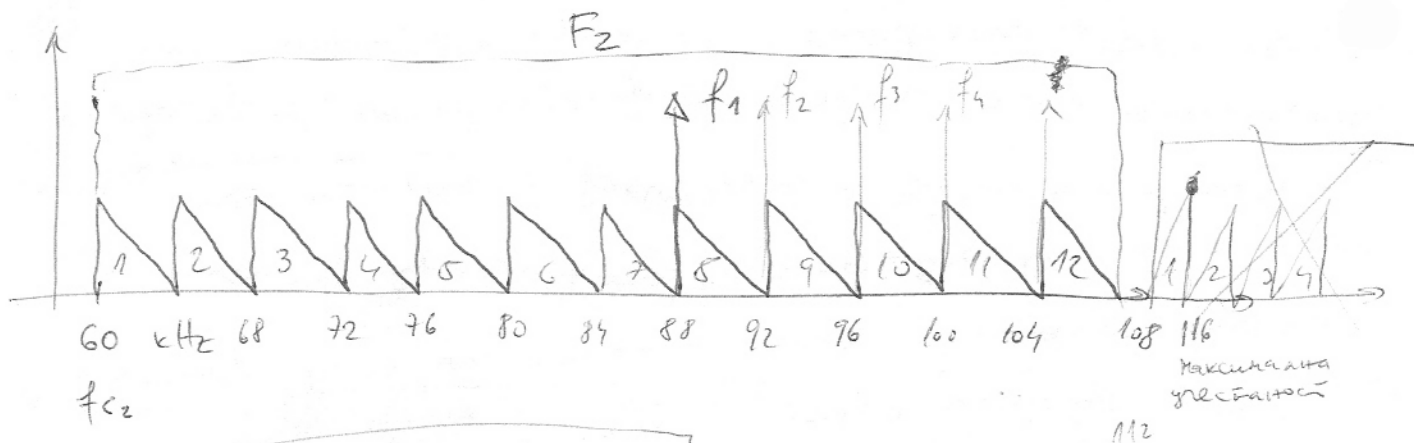
$$f_{c3} = f_1 - f_0 - f_m = 60 \text{ kHz}$$

$$f_{c4} \leq f_1 + f_0 = 108 \text{ kHz}$$

$$f_{c3} + f_0 + f_m + f_0 \geq f_{c4} = 108 \text{ kHz}$$

$$2f_0 \geq 44 \text{ kHz} \quad f_0 \geq 22 \text{ kHz}$$

$$f_1 = f_{c3} + f_0 + f_m = 88 \text{ kHz}$$



1 М43 + 3 ТЕМ

5. Умножитель частоты: $1 \text{ М43} + 3 \text{ ТЕМ}$: умнож. частоты

вход частоты $300 \text{ Hz} - 3400 \text{ Hz} \rightarrow f_T = 8 \text{ kHz}$

выход частоты $50 \text{ Hz} - 10 \text{ kHz} \rightarrow f_M = 24 \text{ kHz}$

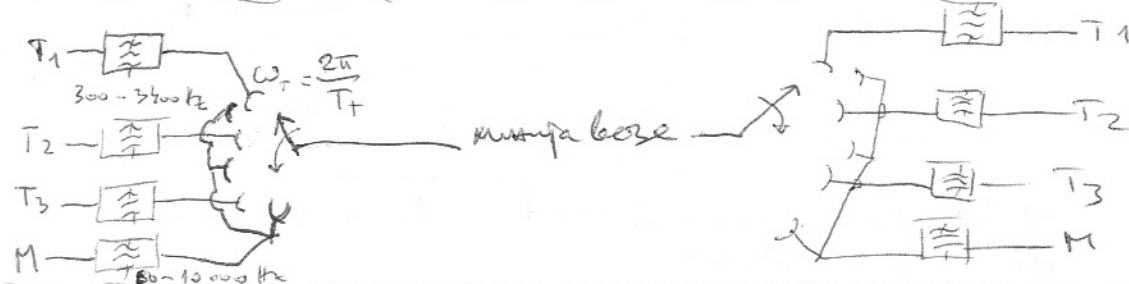
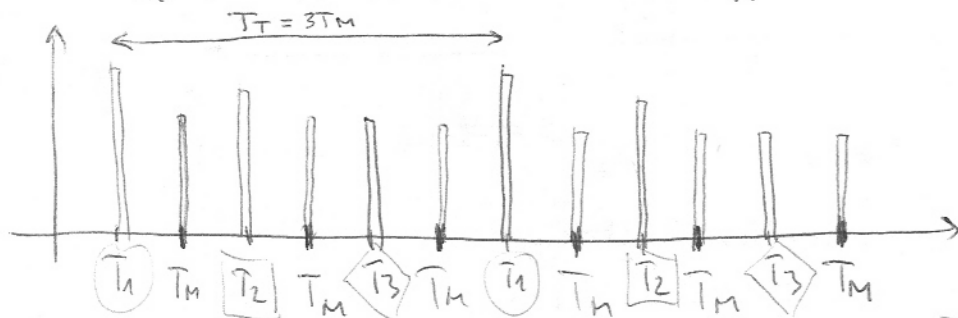
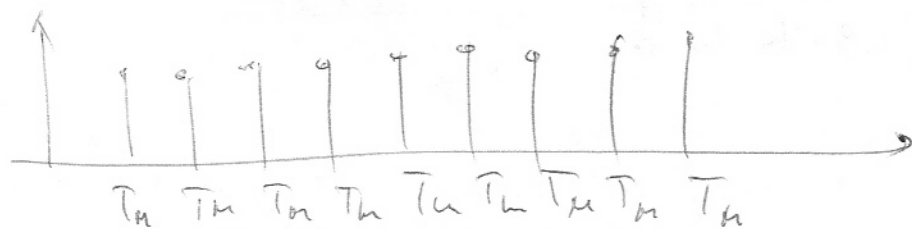
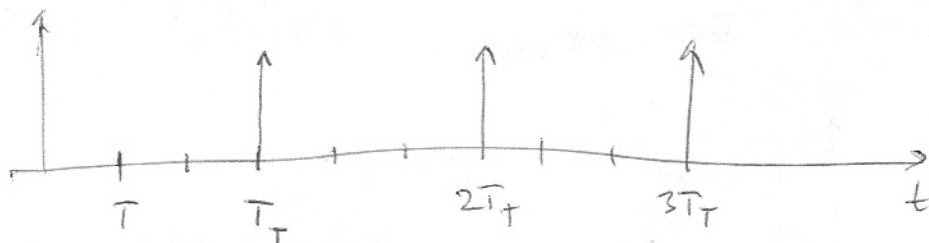
(2 раза больше от
выбегает фп, частоты)

(↑ частота 4 kHz от 0.25)

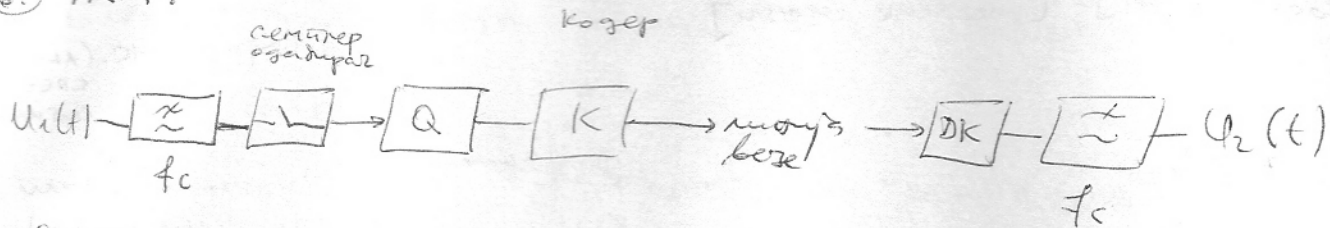
Одновременно выводится громкость сигнала и частота
модуляции.

$$f_T = 8 \text{ kHz} \quad T_T = \frac{1}{f_T} = 125 \mu\text{s}$$

$$f_M = 24 \text{ kHz} \quad T_M = \frac{1}{f_M} = \frac{T_T}{3}$$



6. 1KM:



Оградња

$U_1(t)$ брине у периоду $t = k \cdot T_0$, $k = \pm 1, \pm 2, \dots$, $T_0 = 128 \mu s$. Амплитуда оградња $Q |U_1(t)| \leq 0.8 V$, 8 квантационих нивоа. K је двоични код.

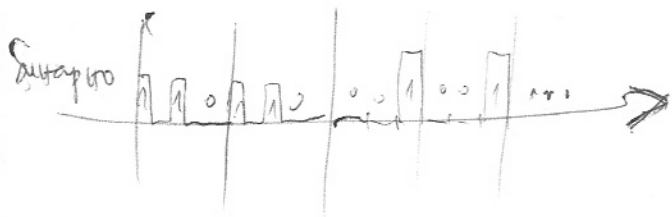
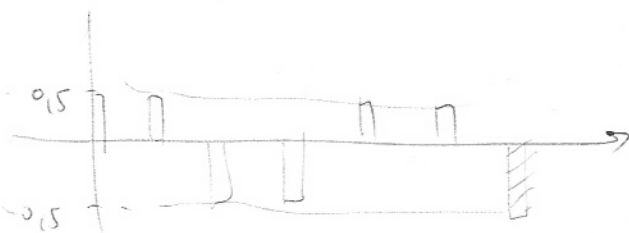
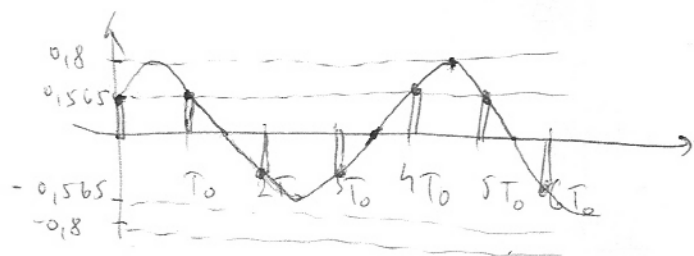
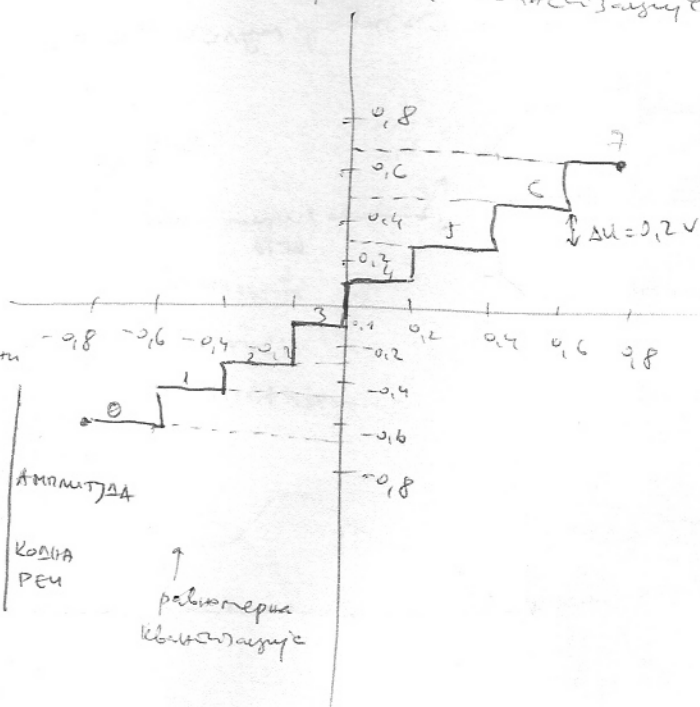
$U_1(t) = 0.8 \sin(\omega_m t + \pi/4)$, $U = 0.8 V$, $f_m = 2 kHz$ $T_M = \frac{1}{f_m} = \frac{1}{2 kHz} = 500 \mu s$ $T_0 = T_M/4$

$|U(t)| \leq 0.8 V$

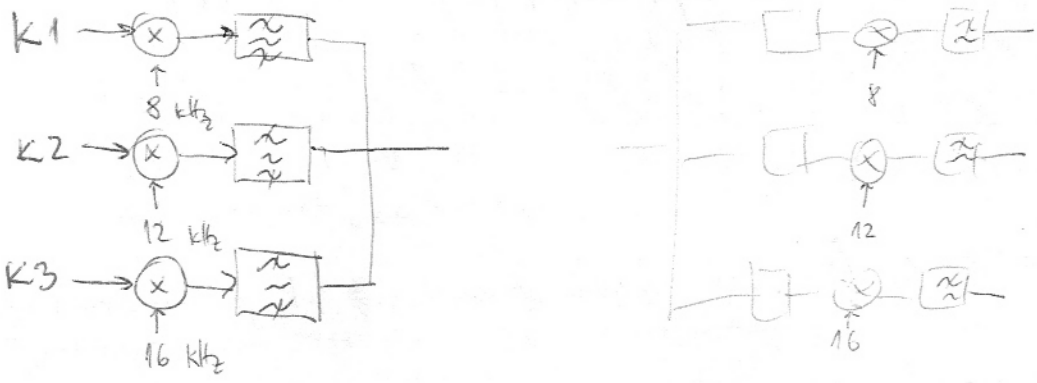
$\Delta U = \frac{2 \cdot 0.8 V}{8 \text{ нивоа}} = 0.2$ корак квантовања

3 нивоа за 8 нивоа.

θ	1	2	3	4	5	6	7
-0.7	-0.5	-0.3	-0.1	0.1	0.3	0.5	0.7
000	001	010	011	100	101	110	111

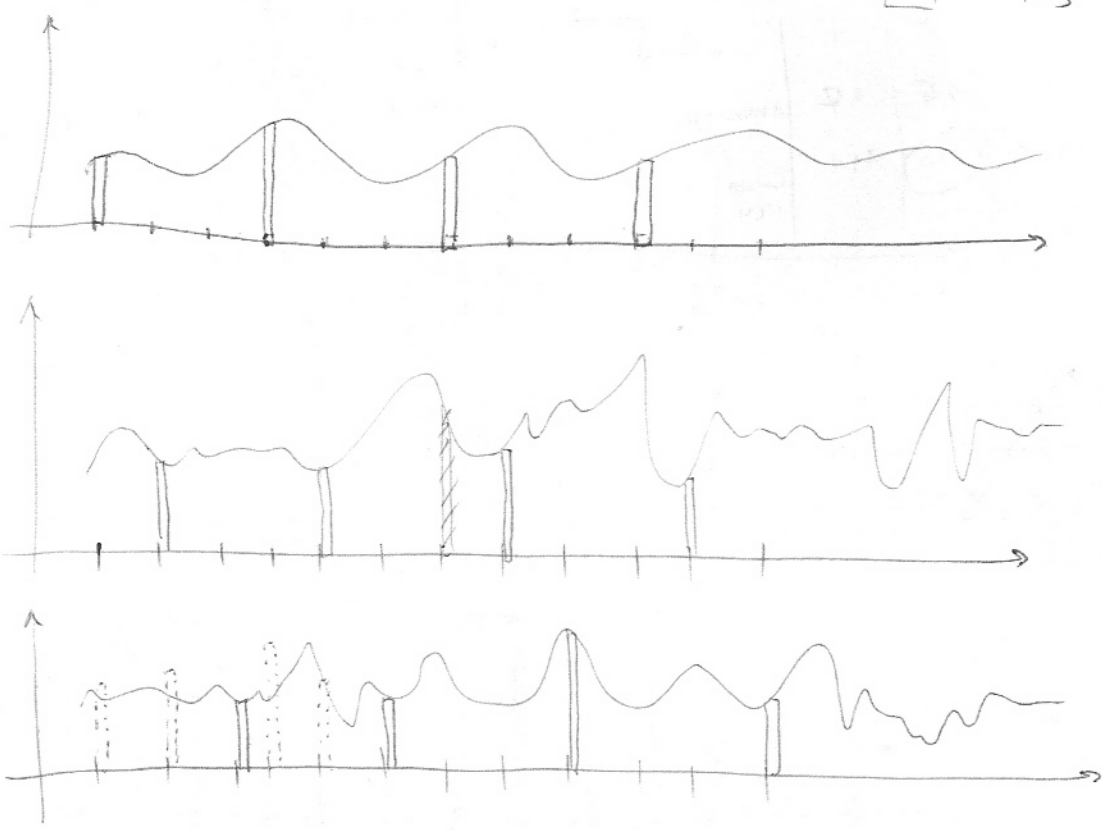
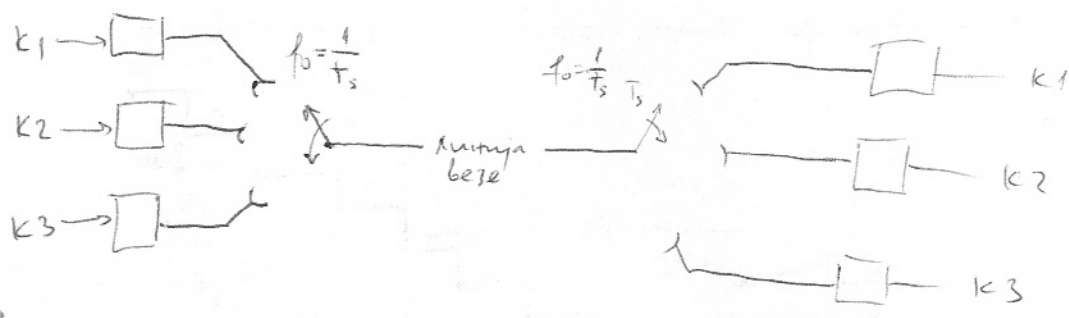


1.



Мултипликатори
(кампозити и ω_0)
Мултипликатор
времени
(\sin и \cos)
или кага је $2\omega_0$ от
та сече HF филтер,
или се изводи
неки други
сигнал

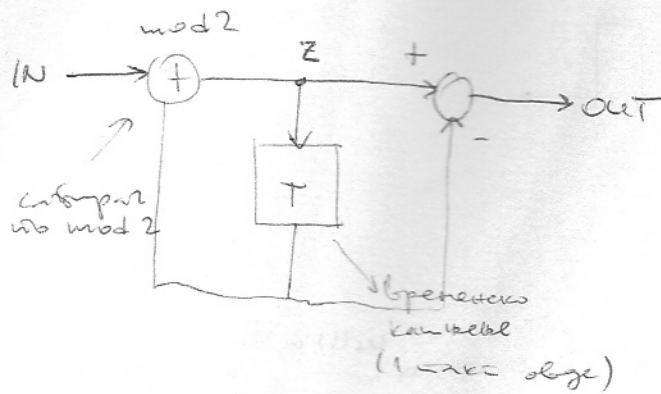
2. 3 телефонске линије, мултиплекс:



$f_0 =$

- процес синхронизације
- важно време кодирања! (Манчестер и остало)

3. Блок мема, утичонам ^{сигнала} ~~сигнала~~, преба за се окупје коју је ког.



IN "0111001"
OUT?

У овом случају, капибел је једнако нула.

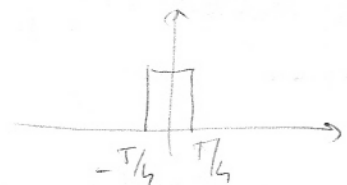
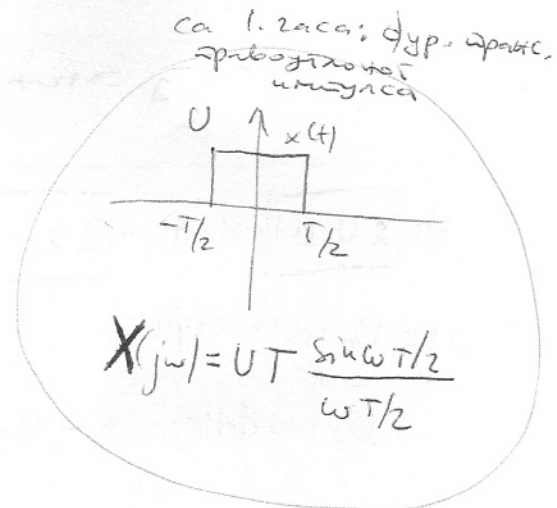
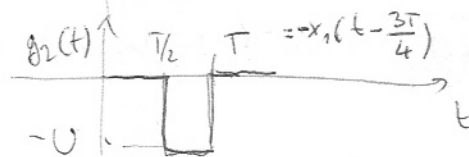
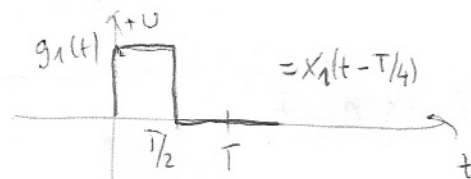
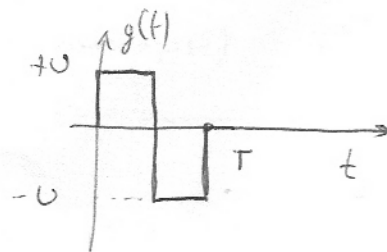
IN	0	1	1	1	0	0	1
000	1	0	1	1	1	1	0
OUT	0	1	-1	1	0	0	-1

сигнал на mod 2

AMI ког
Alternate
Marker
Inversion

4. Пример за Маркесер ког:

$$x(t) = \sum_k d_k g(t - kT)$$



$$X_1(jw) = U \frac{T}{2} \frac{\sin wT/4}{wT/4}$$

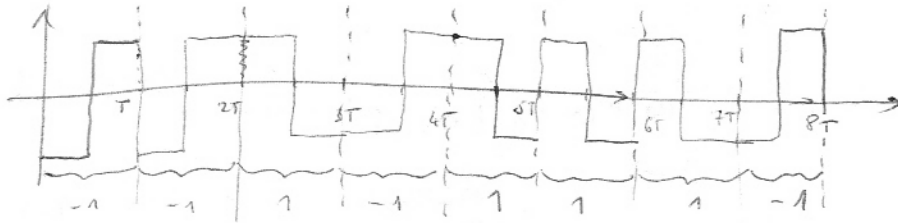
$$G(jw) = X_1(jw) e^{-jwT/4} - X_1(jw) e^{-jw3T/4}$$

$$= U \frac{T}{2} \frac{\sin wT/4}{wT/4} (e^{-jwT/4} - e^{-jw3T/4})$$

$$= e^{-jwT/2} \underbrace{(e^{jwT/4} - e^{-jwT/4})}_{2j \sin(wT/4)}$$

$$d = \{-1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, -1\} \quad \text{Матрица}$$

$$0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad \text{Вектор}$$



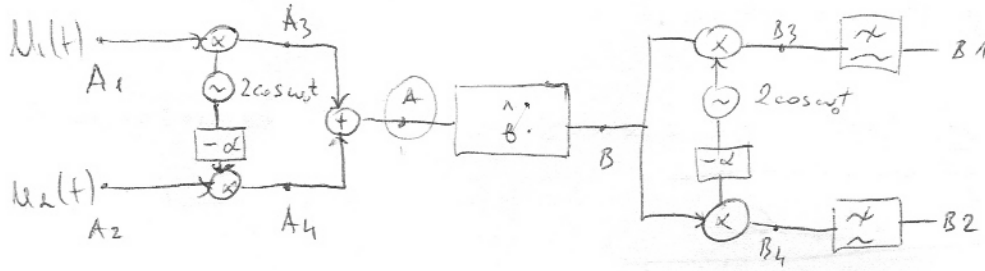
5. Двухканальная фазная модуляция:

11.2
ЗАДАЧА
ВЕРХА

Смоделировать систему для фазной модуляции сигнала:

$u_1(t)$ и $u_2(t)$

МОДУЛЯЦИЯ -
ИСТОЧНИК С
КОСИНУСОМ



$$\omega_0 \gg \frac{2\pi}{T}$$

а) Проверить, что $U_A(t)$ фазная модулированная сигнал

$$U_A(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \phi(t))$$

б) Написать для фазной модулированной сигнала фазу $\phi(t)$.

в) Определить амплитуды U_1 и U_2 . (используем у)

как се

$$U_A(t) = 2U_1(t) \cos \omega_0 t + 2U_2(t) \sin \omega_0 t$$

$$U_A(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \phi(t)) =$$

$$= U_0 \cos \phi(t) \cos \omega_0 t - U_0 \sin \phi(t) \sin \omega_0 t$$

$$2U_1(t) = U_0 \cos \phi(t)$$

$$2U_2(t) = U_0 \sin \phi(t)$$

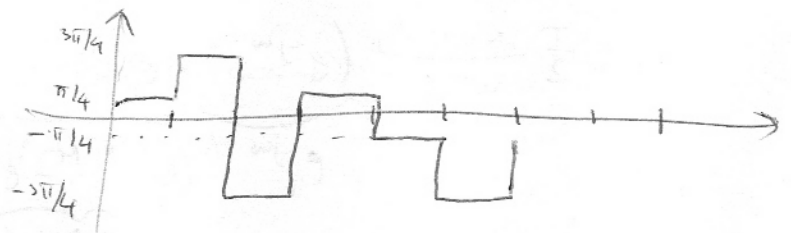
$$U_0^2 \cos^2 \phi(t) + U_0^2 \sin^2 \phi(t) = U_0^2 = (2U_1(t))^2 + (2U_2(t))^2 = 8U$$

$$\Rightarrow U_0 = 2\sqrt{2}U$$

$$\cos \phi(t) = \frac{2U_1(t)}{U_0} = \frac{U_1(t)}{\sqrt{2}U}$$

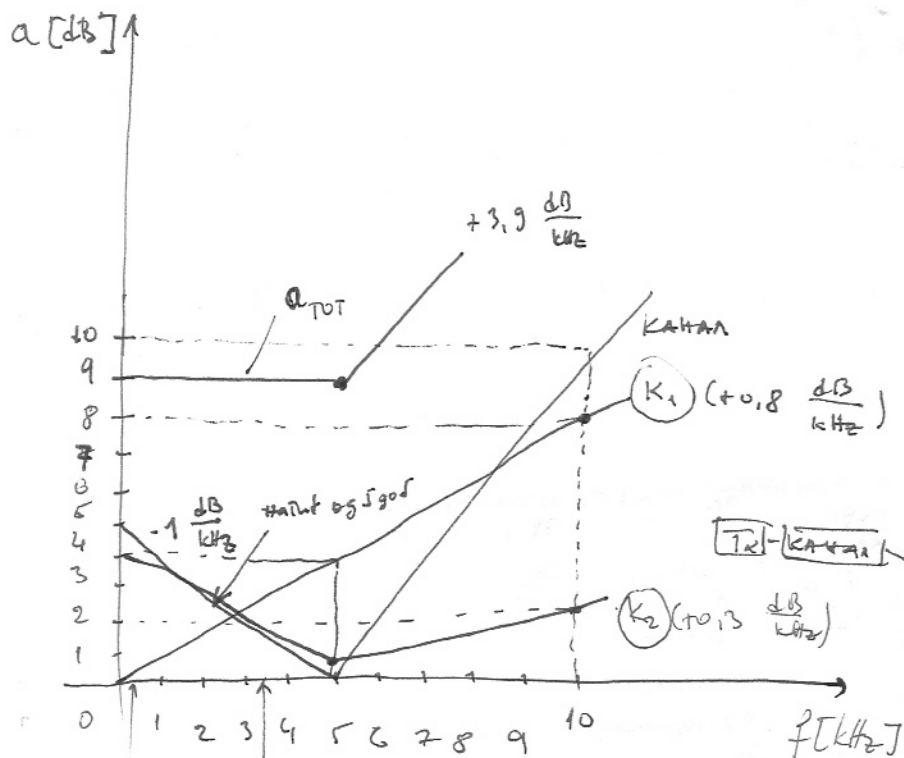
$$\sin \phi(t) = -2 \frac{U_2(t)}{U_0} = -\frac{U_2(t)}{\sqrt{2}U}$$

$U_1(t)$	$U_2(t)$	$\cos \phi(t)$	$\sin \phi(t)$	$\phi(t)$
+U	+U	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\pi/4$
+U	-U	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	$\pi/4$
-U	+U	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$3\pi/4$
-U	-U	$-\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	$5\pi/4$



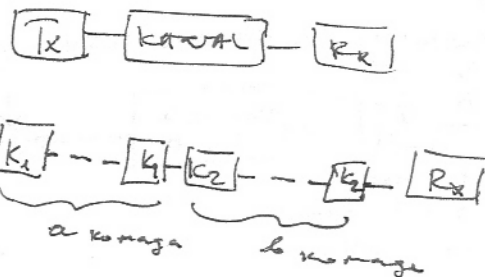
① Карактеристика ^{савршенства} комуникац. система је одређена на основу њеног извода. За њу се израчунава амплитудска разлика у dB без обзира на њен извод пр. одређеног. K_1 и K_2 .

Правилно се комбиновају карактеристике које ће омогућити, за се израчунава карактеристика система као извод од система у односу одређеног извода разлика сигнала. Напомена: карактеристике система A и B система.



$$x(t) \rightarrow y(t) = Ax(t - t_0)$$

карактеристике (која је одређена)
карактеристике система
система и система
која је одређена



odgovor 0.3 → 3.4

Kanal:

$$\frac{0 \text{ dB} - 5 \text{ dB}}{5 \text{ kHz} - 0 \text{ kHz}} = -1 \frac{\text{dB}}{\text{kHz}}$$

$$K_1: \frac{4 \text{ dB}}{5 \text{ kHz}} = 0.8 \frac{\text{dB}}{\text{kHz}}$$

$$K_2: \frac{1 - 4 \text{ dB}}{5 \text{ kHz}} = -\frac{3}{5} \frac{\text{dB}}{\text{kHz}} = -0.6 \frac{\text{dB}}{\text{kHz}}$$

$$aK_1 + bK_2 \leftrightarrow +1 \frac{\text{dB}}{\text{kHz}} \text{ (izv. sistema -1)}$$

$$\text{Kanal } K_1 + bK_2 \rightarrow \text{izv. od } 0 \frac{\text{dB}}{\text{kHz}}$$

$$a \cdot 0.8 + b(-0.6) = +1 \quad [\text{od } y \frac{\text{dB}}{\text{kHz}}]$$

$$0.8a - 0.6b = 1$$

$$a = \frac{1 + 0.6b}{0.8}$$

→ do sagledanja

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$f \in [0 \text{ kHz} - 5 \text{ kHz}]$$

$$a_1(f) = \frac{4}{f} f \quad f[\text{kHz}] \text{ izračunava se}$$

$$a_2(f) = 4 - \frac{3}{f} f \quad f[\text{kHz}] \text{ - u-}$$

$$a_k(f) = 5 - f \quad - (1)$$

$$a_{TOT}(f) = a_k(f) + 2a_1(f) + 1 \cdot a_2(f)$$

$$= 5 - f + \frac{8}{f} f + 4 - \frac{3}{f} f$$

$$= 9 - \frac{5}{f} f + \frac{8}{f} f - \frac{3}{f} f = 9 \text{ dB}$$

$$f \in [5 \text{ kHz} - 10 \text{ kHz}]$$

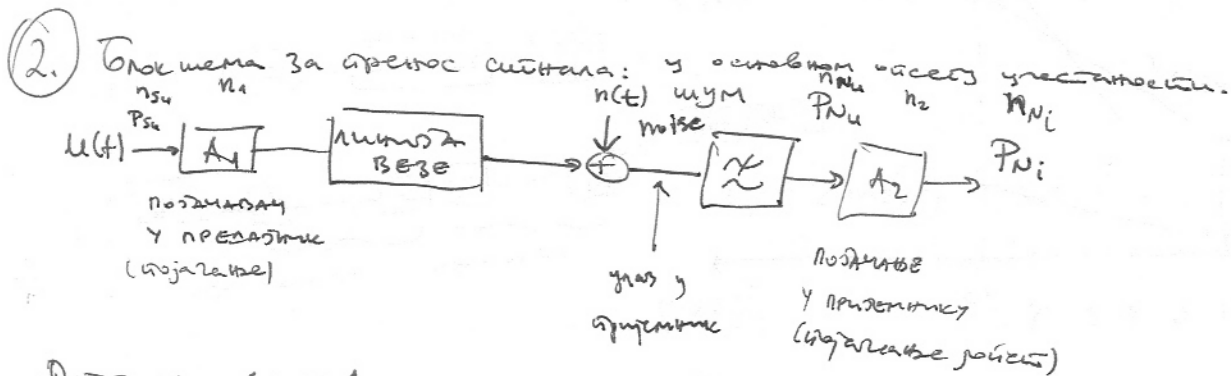
$$a_1(f) = \frac{4}{5} f \quad (f[kHz]) \quad + 0.8 \text{ dB/kHz} - 2$$

$$a_2(f) = \textcircled{1} + \cancel{\text{no } y\text{-acc}} (\sqrt{f-5}) \cdot 0.3 + 0.3 \text{ dB/clk} \cdot 1$$

$$\frac{a_v(f) = 2(f-5) = 2f - 10}{+ 2 \text{ dB/okt}} \quad + 3,9 \text{ dB/okt}$$

$$\begin{aligned} a_{\text{vor}}(f) &= a_k(f) + 2a_1(f) + 1 \cdot a_2(f) \\ &= \underbrace{2f - 10}_{k_1} + \underbrace{1,6f + 11,3f - 1,5}_{k_2} = \\ &= 3,9f - 10,5 \end{aligned}$$

$$a_{TOT}(f/kHz) = 9 \text{ dB}$$

[illegible]

$$10 \quad [P] = 10 \log \frac{P}{1 \text{ mW}} = 10 \log \frac{1 \text{ W}}{1 \text{ mW}}$$

$$P = 10^{[P]/10} = 10^{-4.4} \text{ mW}$$

$$P_{Ni} = P_{Nu} \cdot A_2$$

$$A_{Ni} = 10 \log P_{Ni} \quad (\text{dB above } 0 \text{ of } P_{Ni})$$

$$A_{Nu} = 10 \log P_{Nu}$$

$$a_2 = 10 \log A_2$$

$a_{ni} = a_{nu} + \alpha_z$? der
Kontinuität

$a_{ni} = 44 \text{ dBm}$

(и вместо а постоје грчевита ошавце)

$$2^o \quad P_i = P_{Si} + P_{Ni}$$

\uparrow \uparrow
 kopreczna sygnał

$$\left. \begin{aligned} n_{Si} &= 10 \log P_{Si} \\ n_{Ni} &= 10 \log P_{Ni} \\ n_i &= 10 \log P_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} P_{Si} &= 10^{n_{Si}/10} \\ P_{Ni} &= 10^{n_{Ni}/10} \\ P_i &= 10^{n_i/10} \end{aligned}$$

(całkowita moc na P_{xx})

$$10^{n_i/10} = 10^{n_{Si}/10} + 10^{n_{Ni}/10}$$

$P_{Si} \gg P_{Ni}$ (specjalnie dla sygnału dominującego nad szumem)

$$\Rightarrow P_i \approx P_{Si}$$

$$n_i \approx n_{Si}$$

$$P_{Si} = P_{Su} A_1 \frac{1}{A_L} A_2 \Rightarrow \boxed{n_{Si} = n_{Su} + a_1 - a_L + a_2}$$

$$\boxed{n_{Si} = 4 \text{ dBm}}$$

signal/noise

$$[S/N] = n_{Si} - n_{Ni} = \underbrace{+4 \text{ dBm}}_{n_{Si}} - \underbrace{-44 \text{ dBm}}_{n_{Ni}} = +48 \text{ dB}$$

$$[S/N] = n_{Si} - n_{Ni} = (n_{Su} + a_1 - a_L + a_2) - n_{Nu} - a_2$$

$$= \underbrace{n_{Su}}_{\text{const.}} - \underbrace{n_{Nu}}_{\text{const.}} + a_1 - a_L \quad \begin{matrix} \text{do czego} \\ \text{zależy} \end{matrix} \quad 50 \text{ dB}$$

(tę wartość można wyliczyć z danych wejściowych i wyjściowych)

$$n_{Si} = n_{Su} + \underbrace{a_1}_{2 \text{ dB}} - a_L + a_2 = 4 \text{ dBm}$$

specjalnie dla sygnału 0 dB

$$\begin{aligned} a_1 &\rightarrow a_1 + \Delta a_1 \Rightarrow \Delta a_1 = 2 \text{ dB} \\ a_2 &\rightarrow a_2 + \Delta a_2 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta a_1 + \Delta a_2 = -4 \text{ dB}} \Rightarrow \boxed{\Delta a_2 = -6 \text{ dB}}$$

zatem można określić

u bieżących jest wymagane

- ① Оквир димензије L претвара се у линију на којој вероватноћа прелазе у другу износи нешто P_e . Одредити вероватноћу прелазити и исправити броја оквира.

L Probability
 P_e (вероватноћа error-a)



вероватноћа да ће још бити исправен
у другу: P_e

вероватноћа да ће бити исправен
превезе: $(1 - P_e)$

- оквир је исправно превезен ако се сви бити исправно превезу

X : број о којем је оквир исправно превезен

Y : ————— исправно —————

$$P(X) = (1 - P_e)^L \quad \text{правилно} \Rightarrow P(Y) = 1 - (1 - P_e)^L$$

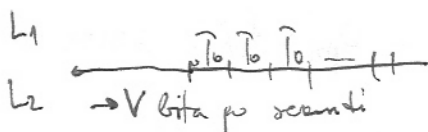
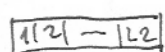
$$P(X) + P(Y) = 1 \quad (\text{или } 100\%)$$

- ② Оквир $F1$ и $F2$ имају димензије $L1$ и $L2$, при чему је $L1 > L2$, и независно гласе у због прелазе који је пре него што био подигнут. Због прелазе да се неће обавезно оквире на линију на којој се налази извор V . Могуће је представити 3 случаја:

a) 1. се налази оквир $F1$

8) 1. ————— $F2$

3) Јако се прелаз обавио да би се убрзало пошто је оквир убрзан снагом која је од стране управљача је најважнија са њеном брзином камиона оквир прелазе унапред због.



$$T_0 = \frac{1}{V} \text{ [s]}$$

delay
(извршава прелаз
да се превезе оквир)

$$d_1 = \frac{L_1}{V} \quad d_2 = \frac{L_2}{V}$$

a) known F_1 and F_2

$$L_1 = L_2 + \Delta L$$

(sep $L_1 > L_2$)

$$dp_1 = \frac{L_1}{v} \quad dp_{prensa 2} = dp_1 + \frac{L_2}{v} = \frac{L_1 + L_2}{v}$$

specifice
kambete

$$da = \frac{dp_1 + dp_2}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{2L_1 + L_2}{v} \right) = \boxed{\frac{1}{v} \left(L_1 + \frac{L_2}{2} \right)}$$

f) known F_2 and F_1

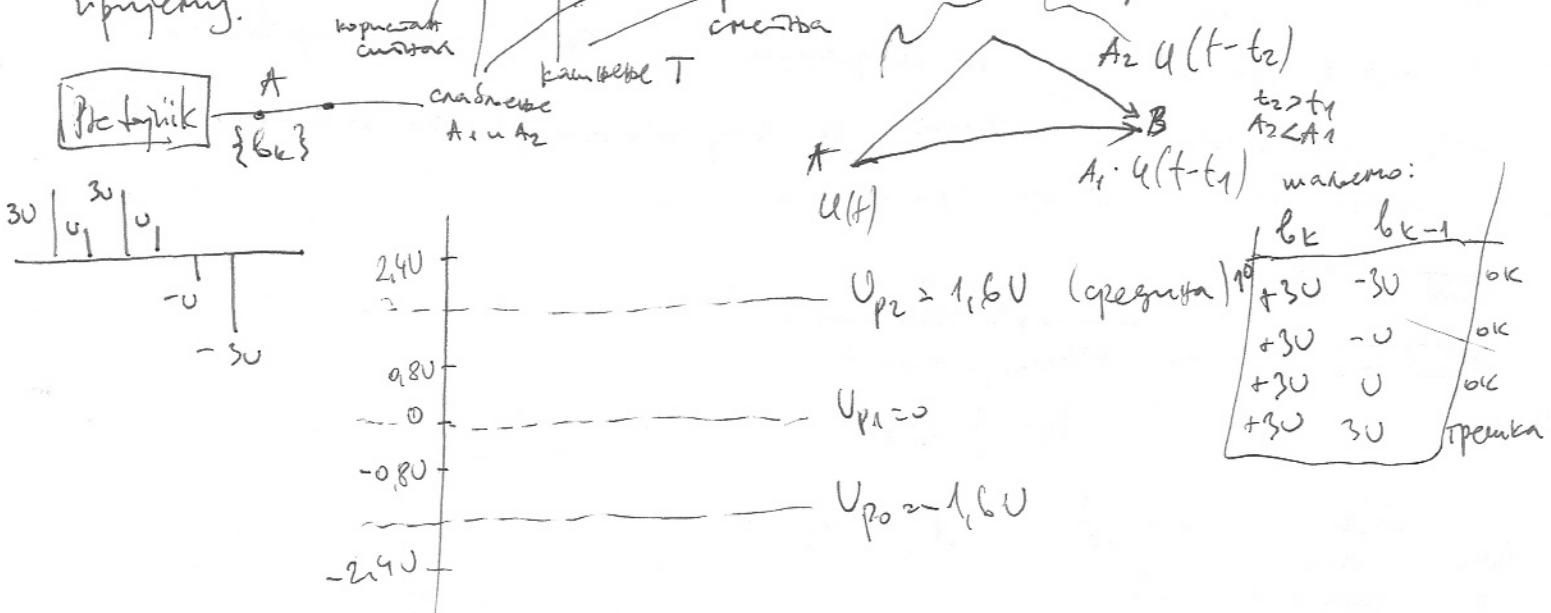
$$dp_1 = \frac{L_2}{v} \quad dp_2 = \frac{L_2}{v} + \frac{L_1}{v} = \frac{L_1 + L_2}{v}$$

$$db = \frac{dp_1 + dp_2}{2} = \boxed{\frac{1}{v} \left(L_2 + \frac{L_1}{2} \right)}$$

g) $dc = \frac{da + db}{2} = \frac{3}{4v} (L_1 + L_2) = \boxed{\frac{1}{v} (0,75 L_1 + 0,75 L_2)}$

$$\boxed{db} < dc < da$$

3. I AM circuit type is represented by $b_k \in \{\pm U, \pm 3U\}$ $\frac{U}{-U}$, $k=1,2,\dots$ and in the circuit interval t has the output of the circuit is given by the first one through the circuit type is characterized by the fact that the circuit is the output of the circuit is given by $y_k = (0,8 b_k - 0,4 b_{k-1})$. Determine the probability of the circuit to be correct.



$$1^0 \quad b_k = 30$$

$$y_k = 2,40 - 0,4 b_{k-1} > 1,60 \Rightarrow 2,40 - 1,60 > 0,4 b_{k-1}$$

$$\Rightarrow 0,80 > 0,4 b_{k-1} \Rightarrow 20 > b_{k-1}$$

2°

b_k	b_{k-1}	
0	-20	перекр
0	-0	ок
0	0	ок
0	30	перекр

$$2^0 \quad b_k = 40$$

$$0 < y_k < 1,60 \Rightarrow 0 < 0,80 - 0,4 b_{k-1} < 1,60$$

$$\Rightarrow 0,4 b_{k-1} < 0,80 \Rightarrow b_{k-1} < 20$$

$$0,80 - 1,60 < 0,4 b_{k-1} \quad b_{k-1} > -20$$

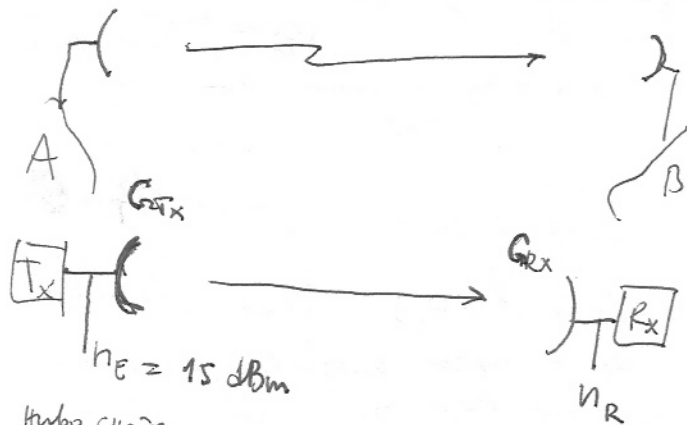
3°

b_k	b_{k-1}	
-20	-30	перекр
-20	-0	ок
-20	0	ок
-20	30	перекр

4°

b_k	b_{k-1}	
-30	-30	перекр
-30	-0	ок
-30	0	ок
-30	30	ок

$$6 \text{ перекр} \Rightarrow \text{густота} = \frac{6}{16}$$



hruko čitaće
slika na 10. strani
u zadatku

$$G_{TX} = 49,4 \text{ dB}$$

$$G_{RX} = 49,4 \text{ dB}$$

$$a_L = 137,8 \text{ dB} \text{ slabost u prostoru}$$

$$a_c = 7 \text{ dB} \text{ — srednja gubitak u kablu (dubina, 100 m)}$$

$$a_a = 1,3 \text{ dB} \text{ srednja atmosferski gubitak}$$

$$P_R = P_E + G_{TX} - a_L - a_c - a_a + G_{RX}$$

$$(um - (a_L + a_c + a_a))$$

$$= 15 \text{ dBm} + 49,4 - \underbrace{(137,8 + 7 + 1,3)}_{146,1} + 49,4$$

$$= -32,3 \text{ dBm}$$

$$P_E = 10^{1,5} \cdot 1 \text{ mW} = 31,62 \text{ mW} = 3,162 \cdot 10^{-2} \text{ W}$$

$$P_R = 10^{-3,23} \cdot 1 \text{ W} = 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ W}$$

$$BER = 10^{-3}$$

rate
(bit error, 1 na 1000)

na 1000

Komunikacijom možete ga očitati antenom jer BER biće manji od 10^{-3} , ako će biti
ga je $P_{R3} = -68,5 \text{ dBm}$ (ipak koji je $BER < 10^{-3}$).

$$P_R = -32,3 \text{ dBm}$$

$$P_{R3} = -68,5 \text{ dBm}$$

$$P_R = 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ W}$$

$$P_{R3} = 1 \text{ mW} \cdot 10^{-6,85} = 1,41 \cdot 10^{-10} \text{ W}$$

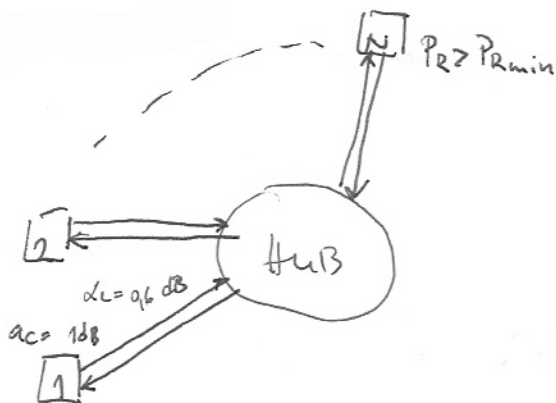
$$A_{\text{dob}} = \frac{P_R}{P_{R3}} = 4177,3$$

$$\Rightarrow 10 \log 4177,3 = 36,2 \text{ dB}$$

$$a_{\text{dobitno}} = P_R - P_{R3} = -32,3 \text{ dBm} + 68,5 \text{ dBm} = 36,2 \text{ dB} \text{ (nije mali jer je bezglosnost)}$$

(2) Тренутна саобраћајна зблэге
 која је садржила које су са трафика
 (као спроводници)
 (у овом случају)
 нису-ом повећате укупну енергију безамена

Овај пројекат енергије излази извором $P_T = 0 \text{ dBm}$
 Тренутна енергија кадра $d = 0,3 \text{ dB/km}$. Дистанца
 мрежа је 2 km . Да би мрежа испунила своју
 функцију, она мора да добије енергију из
 $P_{Rmin} = -38 \text{ dBm}$. Укупна енергија мрежа је
 $a_a = 3 \text{ dB}$ и максимална ^(m) је 3 dB .
 Како се саобраћај повећава, енергија која
 иде је енергија $a_c = 1 \text{ dB}$. Овај максимални
 бр. саобраћаја је овај мрежа.



$$P_T = 0 \text{ dBm} \Rightarrow P_T = 1 \text{ mW}$$

$$\left. \begin{array}{l} d = 0,3 \text{ dB/km} \\ L = 2 \text{ km} \end{array} \right\} d_L = 0,6 \text{ dB}$$

$$a_a = 3 \text{ dB}$$

$$m = 3 \text{ dB}$$

$$a_c = 1 \text{ dB}$$

$$a_R > P_{Rmin} = -38 \text{ dBm}$$

$$P_{TOT} = P_T - a_c - d_L - a_a - m$$

$$P_N = \frac{P_{TOT}}{N} \quad P_N = P_{TOT} - 10 \log N$$

и објектима (и на уреду)
 и објектима (и на уреду)

$$P_R = P_N - d_L - a_c - m - 38 \text{ dBm}$$

$$P_T - 2d_L - 2a_c - a_a - 2m - 10 \log N \geq P_{Rmin}$$

$$38 \text{ dBm} \geq 10 \log N + 12,2 \text{ dBm}$$

$$\Rightarrow \log N \leq 2,58$$

$$\Rightarrow \boxed{N < 380}$$

$$N < 380,189$$

3.



uređaj i ($i=1, 2, 3, \dots, N$) radni usporava sa verovatnoćom A_i

— " — ne radni usporava sa — " — N_i $N_i = 1 - A_i$

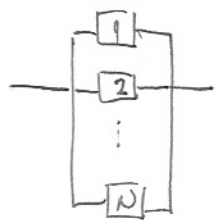
$$A_i + N_i = 1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N$$

Komika je verovatnoća da "kakva" uređaja usporava radu?

Komika je — " — da "ostane" curen?

$$A_S = A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_N = (1 - N_1)(1 - N_2) \cdot \dots \cdot (1 - N_N)$$

$$N_S = 1 - A_S = 1 - (1 - N_1)(1 - N_2) \cdot \dots \cdot (1 - N_N) \approx N_1 + N_2 + \dots + N_N$$



$$N_S = N_1 \cdot N_2 \cdot \dots \cdot N_N$$

$$A_S = 1 - N_S$$

(kao da su ostali otkazali)

primer

$$1^\circ A_1 = A_2 = 0,999999 \Rightarrow A_S = A_1 \cdot A_2 = 0,999998$$

$$N_1 = N_2 = 10^{-6} \Rightarrow N_S = 1 - A_1 \cdot A_2 = 1 - (1 - N_1)(1 - N_2) = 1 - (1 - N_1 - N_2 + N_1 N_2) = N_1 + N_2 - N_1 N_2 \approx 2 \cdot 10^{-6}$$

$$2^\circ A_1 = A_2 = 0,99$$

$$N_1 = N_2 = 0,01$$

$$\Rightarrow A_S = 0,9801$$

$$N_S = 0,0199 \approx 0,02 \quad (\approx 2 \cdot 0,01)$$

kao da
ta komika
je se
ostala raditi (-12)

primer

$$1^\circ A_i = 0,999999 \quad N_i = 10^{-6} \Rightarrow A_S = 1 - 10^{-12}$$

$$(\text{opet isto}) N_S = N_1 \cdot N_2 = 10^{-6} \cdot 10^{-6} = 10^{-12}$$

$$2^\circ A_i = 0,99 \quad N_i = 0,01 \Rightarrow A_S = 0,9999$$

$$N_S = N_1 N_2 = 10^{-4}$$

1. Локација A и B повезане су фазно повезаном линијом на коју су повезане антене

P_{Tx} = излазна снага $T_x = 26$ dBm

L_{FTx} = губици у кабли у T_x (по антени) 1,6 dB

L_{BTr} = губици унутар трактинга (у T_x) 1,2 dB

G_{FTx} = Пројекција пројекције антене 42,8 dB

L_{FS} = губици унутар просторације у
напојном систему 145,5 dB

G_{FR} = Пројекција пројекције антене 42,8 dB

L_{FRx} = губици у кабли у R_x (по антени) 1,2 dB

Типат пријема у R_x -82,0 dB

Колика је снага пријема на гласног савезника на Бети?

$$P_{Tx} = 26 \text{ dBm} \quad P_{Tx} = 10^{2,6} \text{ mW} = 0,398 \text{ W} \approx 0,4 \text{ W}$$

$$P_{Rx} = P_{Tx} + G_{FTx} + G_{FR} - L_{FTx} - L_{FRx} - L_{BTr} - L_{FS}$$

$$= 26 \text{ dBm} - 1,6 \text{ dB} - 1,2 \text{ dB} + 42,8 \text{ dB} - 145,5 \text{ dB} + 42,8 \text{ dB} - 1,2 \text{ dB} = -37,9 \text{ dBm(W)}$$

$$\approx P_{Rx} = 10^{-3,79} \cdot 10^{-3} \text{ W} = 0,162 \cdot 10^{-6} \text{ W} = 0,162 \text{ } \mu\text{W}$$

$$P_{ThRx} = -82 \text{ dBm} \Rightarrow P_{ThRx} = 10^{-8,2} \cdot 10^{-3} \text{ W} = 6,3 \text{ pW}$$

threshold

$$M = P_{Rx} - P_{ThRx} = -37,9 + 82 = 44,1 \text{ dB}$$

$$M(y P) = \frac{P_{Rx}}{P_{ThRx}} = \frac{0,162 \text{ } \mu\text{W}}{6,3 \text{ pW}} = 10 \log \frac{P_{Rx}}{P_{ThRx}} = 10 \log \frac{0,162 \cdot 10^{-6}}{6,3 \cdot 10^{-12}} = 10 \log 25714 = 44,1 \text{ dB.}$$

② За да се осигури спусок сигнала
 ка $BER = 10^{-3}$ минимална ниво сигнала изпредаст на спусок нивоу -72 dBm.
 У реопрезој дивизио спусок нивоу се једнакобава са 2 онезафта
 сигнала. За нивоу ниво брже онезафта нивоу са нивоу нивоу:

P_{OTX} нивоу спусок нивоу онезафта нивоу 27 dBm
 α_{OC} нивоу нивоу нивоу нивоу онезафта нивоу 3,4 dB
 α_c нивоу нивоу нивоу нивоу онезафта нивоу 2,3 dB

нивоу нивоу нивоу нивоу 139,8 dB

$G_{01TX} = 39,8$ dB
 $G_{02TX} = 39,8$ dB

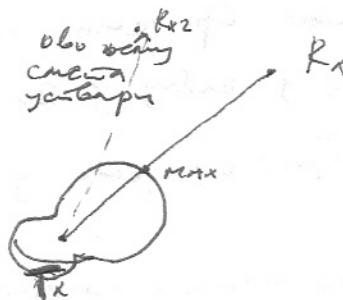
$G_{01RX} = 39,8 - 53 = -13,2$ dB
 (↑ нивоу нивоу)

$G_{TX} = 98$ dB

$G_{RX} = -4,2$ dB

на нивоу нивоу

$A = ?$



$S : N_{R3} = -72$ dB

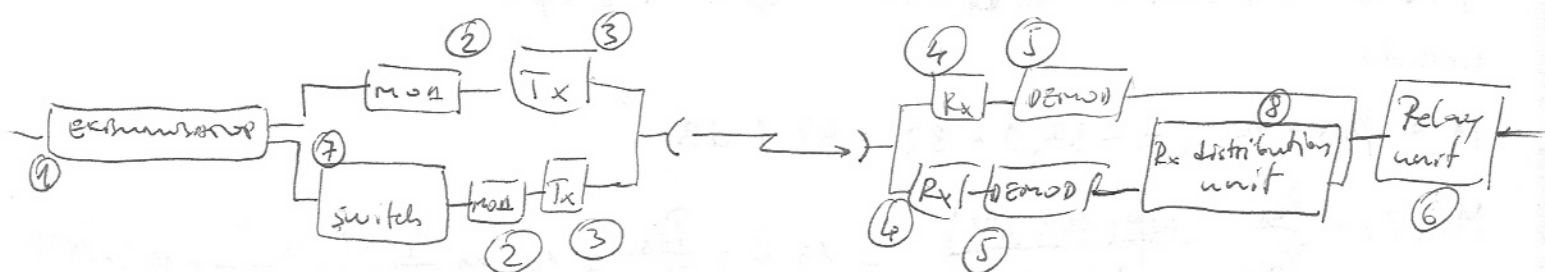
$P_{I1} = 27$ dBm - 3,4 dB + 39,8 dB - 139,8 dB +
 + (-13,2 dB) - 2,3 dB = -91,9 dBm

$P_{I2} = 27$ dBm - 3,4 dB + 39,8 dB - 139,8 dB + (-4,2 dB) - 2,3 dB = -112,9 dBm

$P_{I_{TOT}} = P_{I1} + P_{I2} = 10^{-9,19}$ mW + $10^{-11,29}$ mW $\approx 10^{-9,19}$ mW $\Rightarrow P_{I_{TOT}} \approx -91,9$ dBm
 САДРЖАЈЕ СИГНАЛА

$\left[\frac{S}{I} \right] = N_{RS} - P_{I_{TOT}} = -72$ dBm - (-91,9 dBm) $\approx 19,9$ dB

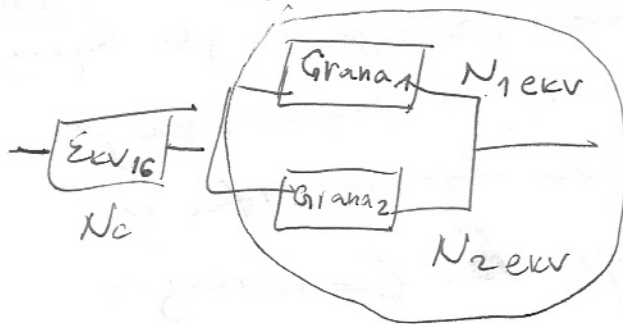
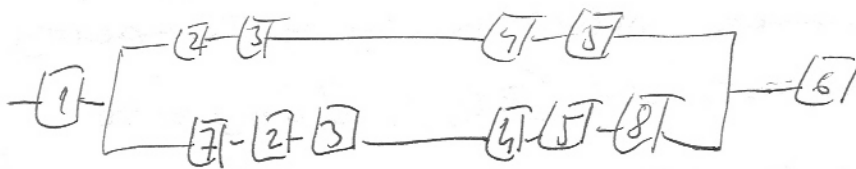
③



MTTR (MT to Repair) = 3h

Modul	MTBF (Mean Time Between Failure)	
① Transmitter	830 000 h	$N_1 = 3h / 830 000 h$
② Modulator	375 000 h	$N_2 = 3h / 375 000 h$
③ Preamp (Tx)	290 000 h	:
④ Preamp (Rx)	200 000 h	:
⑤ Demodulator	315 000 h	:
⑥ Relay	3300 000 h	:
⑦ Tx switch	555 000 h	:
⑧ Rx dist. unit	830 000 h	:

$N_i = \frac{MTTR_i}{MTBF_i}$ нивоу



Kaskada



$$A_s = A_1 \cdot A_2 \cdots A_N$$

$$1 - N_s = (1 - N_1)(1 - N_2) \cdots (1 - N_N)$$

$$N_s = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - N_i) \approx \sum_{i=1}^N N_i$$

$$i=2 \quad N_s = 1 - (1 - N_1)(1 - N_2) = 1 - (1 - N_1 - N_2 + N_1 N_2) \approx N_1 + N_2$$

$$N = \frac{MTTR}{MTBF + MTTR} \approx \frac{MTTR}{MTBF}$$

$$N_{1ekv} = N_2 + N_3 + N_4 + N_5 = \frac{3}{375000} + \frac{3}{290000} + \frac{3}{200000} + \frac{3}{315000} = 432 \cdot 10^{-5}$$

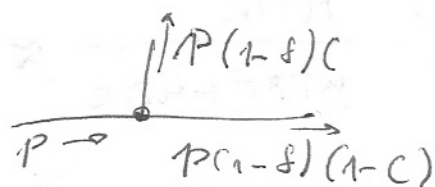
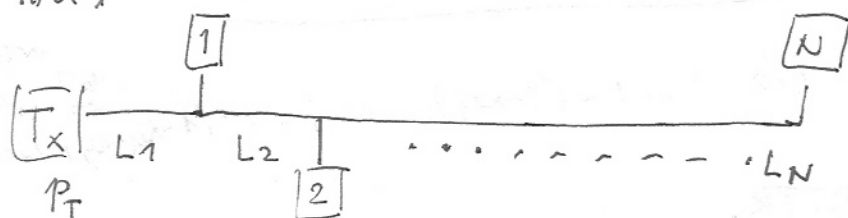
$$N_{2ekv} = N_7 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_8 = 5,22 \cdot 10^{-5}$$

$$N_{12ekv} = N_{1ekv} \cdot N_{2ekv} =$$

$$N_{TOT} = N_1 + N_6 + N_{12ekv} = 4,5 \cdot 10^{-6} + 432 \cdot 10^{-5} \cdot 5,22 \cdot 10^{-5} \approx 4,502 \cdot 10^{-6}$$

$$N_c = N_1 + N_6 = \frac{3}{870000} + \frac{3}{3300000} = 4,5 \cdot 10^{-6}$$

④ ④
 4. Прегачник и N пријемника повезани су у T мрежу са контролним магистралом (BUS). Тогајито слабљење сигнала којим се саопштење повећава је $\propto \left[\frac{dB}{km} \right] L_i$, ($i=1, 2, \dots, N$). Губо сигнала на свакој из прегачника је $P_T [dB]$. Због свате губитак сигнала који се јави у магистралном средству је δ . Свакој n може да користи преосталу свату C . Опређено минималан губо сигнала који се може јавити у мрежи.



$$P_T = 10 \log \frac{P_T}{1W}$$

улаз у N -у саопштењу: $P_{RXN} = P_T \cdot 10^{-\alpha L_1/10} (1-\delta)(1-C) \cdot 10^{-\alpha L_2/10} (1-\delta)(1-C) \dots 10^{-\alpha L_N/10} (1-\delta) \cdot C$
 (јер нема губо одговара)

$$P_{RXN} = P_T \cdot 10^{\frac{-\alpha(L_1+L_2+\dots+L_N)}{10}} (1-\delta)^N (1-C)^{N-1} C$$

$$P_{RXN} = P_T - \alpha(L_1+L_2+\dots+L_N) + N \cdot 10 \log(1-\delta) + (N-1) 10 \log(1-C) + 10 \log C$$

$$P_{RXN} = P_T \cdot 10^{-\alpha L_1/10} \cdot (1-\delta)(1-C) \cdot 10^{-\alpha L_2/10} \cdot (1-\delta)(1-C) \dots 10^{-\alpha L_N/10} (1-\delta) C$$