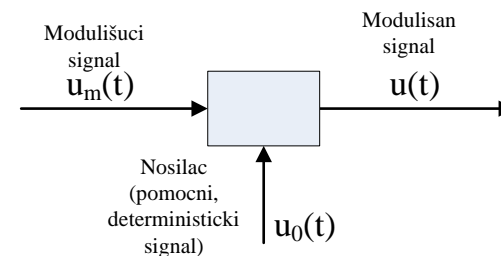


Principi modernih telekomunikacija

4p. Analogne modulacije

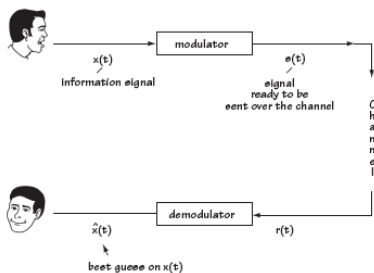
Pojam i postupak modulacije

- **Modulacija:** postupak modifikovanja parametra jednog periodičnog signala u funkciji karakterističnih parametara drugog (proizvoljnog) signala
 - Originalni nosilac poruke – **modulišući signal**
 - Pomoćni periodični signal – **nosilac**
 - Nosilac modifikovan modulišućim signalom – **modulisani signal**



Modulator i demodulator

- **Demodulacija:** Postupak obrade modulisanog signala za dobijanje originalnog signala poruke.
- Sklop:
 - za modulaciju: **MODULATOR**,
 - za demodulaciju: **DEMODULATOR**,
 - koji obavlja obe funkcije: **MODEM**.



Tipične analogne modulacije

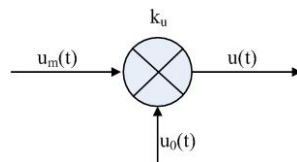
- **Amplitudska modulacija:**
 - Konvencionalna amplitudska modulacija (KAM)
 - Amplitudska modulacija sa dva bočna opsega (AM-2BO)
 - Amplitudska modulacija sa jednim bočnim opsegom (AM-1BO)
 - Amplitudska modulacija sa nesimetričnim bočnim opsezima (AM-NBO)
- **Ugaona modulacija**
 - Fazna
 - Frekvencijska

Amplitudska modulacija

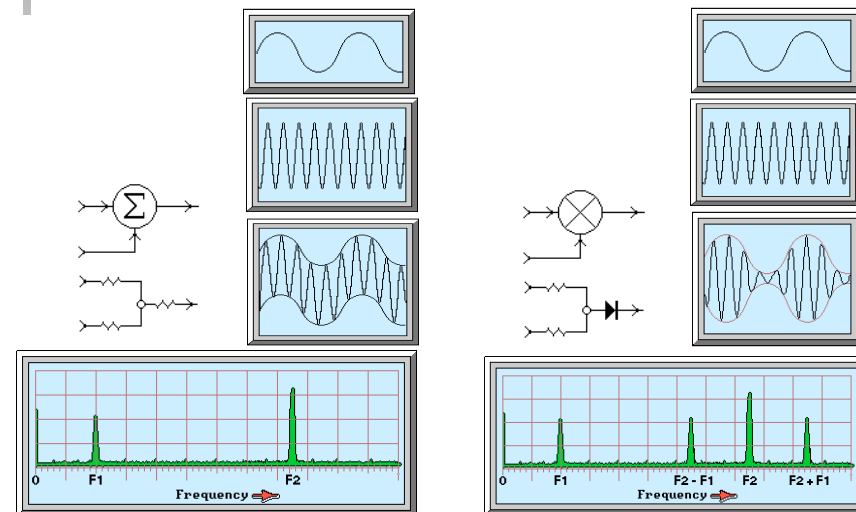
• Pretpostavke:

- Modulišući signal, analogni signal $u_m(t)$
- Spektar signala $U_m(j\omega)$, za $|\omega| \leq \omega_m$, $U_m(j\omega) = 0$, za $|\omega| > \omega_m$
- Nosilac je kontinualan $u_0(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \theta_0)$
- Modulisan signal $u(t) = U(t) \cos(\omega_0 t + \theta_0)$, $U(t) = f(u_m(t))$

• Produktni modulator



Spektar zbira i proizvoda sinusoida



Konvencionalna amplitudska modulacija

- Modulišući signal analogni $u_m(t)$
 - Spektar signala $U_m(j\omega)$, za $|\omega| \leq \omega_m$, $U_m(j\omega) = 0$, za $|\omega| > \omega_m$

• Nosilac

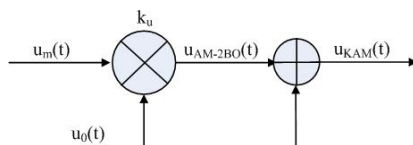
$$u_0(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \theta_0)$$

• Modulišući signal

$$u(t) = U(t) \cos(\omega_0 t), \quad U(t) = U_0 + \delta u(t), \quad \delta u(t) = k_u U_0 u_m(t)$$

Promena amplitude

$$u(t) = [U_0 + k_u U_0 u_m(t)] \cos \omega_0 t = U_0 [1 + k_u u_m(t)] \cos \omega_0 t$$



Indeks modulacije

- Ako se **indeks modulacije** definiše izrazom ($u_m(t) = U_m m(t)$)

$$m_0 = k_u U_m$$

- Modulisani signal i njegov spektar mogu se napisati u obliku

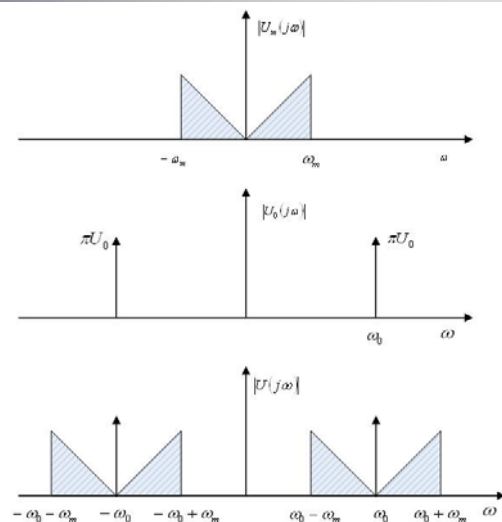
$$u(t) = U_0 [1 + m_0 m(t)] \cos \omega_0 t$$

$$u(t) = U_0 \cos \omega_0 t + k_u U_0 u_m(t) \cos \omega_0 t$$

$$U(j\omega) = U_0(j\omega) + U_{AM-2BO}(j\omega)$$

Spektar KAM signala

- Spektar sadrži
 - Levi bočni opseg
 - Desni bočni opseg
 - Nosilac



Prostoperiodičan modulišući signal (KAM) – analitički izrazi

- Modulišući

$$u_m(t) = U_m \cos \omega_m t$$

- Nosilac

$$u_0(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \theta_0)$$

- Modulisani

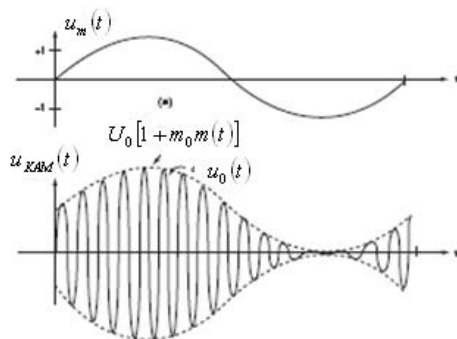
$$u(t) = U_0 \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} m_0 U_0 \cos(\omega_0 - \omega_m)t + \frac{1}{2} m_0 U_0 \cos(\omega_0 + \omega_m)t$$

- Ako je P_0 snaga nosioca, snaga modulisanog signala je

$$P = \frac{U_0^2}{2R} \left[1 + \left(\frac{m_0}{2} \right)^2 + \left(\frac{m_0}{2} \right)^2 \right] = \frac{U_0^2}{2R} \left(1 + \frac{m_0^2}{2} \right) = P_0 \left(1 + \frac{m_0^2}{2} \right)$$

Prostoperiodičan modulišući signal (KAM) – vremenski oblik signala

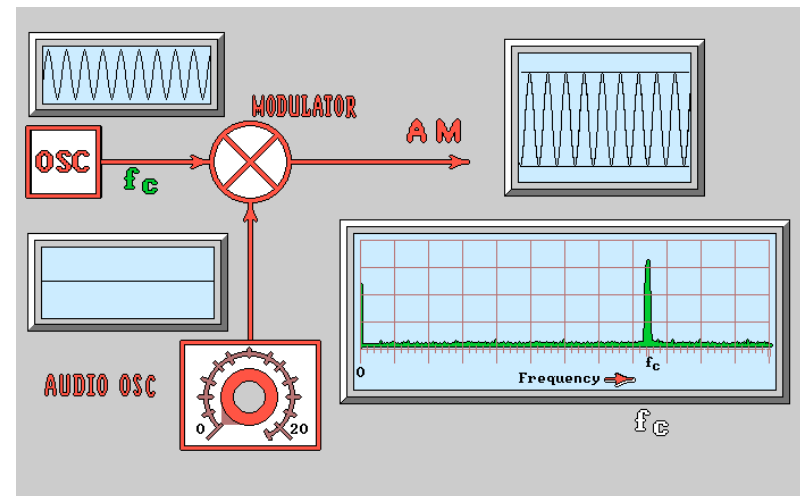
- **Modulišući signal** određuje anvelopu modulisanog signala, čija je centralna učestanost jednaka učestanosti nosioca.
- KAM signal sadrži i eksplicitne informacije o nosiocu ali je energetski neefikasan!



- **Stepen iskorišćenja:**

$$\eta = \frac{P_{AM1BO}}{P} = \frac{1}{2} \frac{m_0^2}{2 + m_0^2}$$

KAM modulator - animacija



Demodulacija KAM signala

- Ulazni KAM signal:

$$u_{KAM}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t) + m_0 U_0 m(t) \cos(\omega_0 t)$$

- Nosilac generisan lokalnim oscilatorom:

$$u_{ol}(t) = U_{ol} \cos(\omega_0 t + \theta_l)$$

- Demodulisan signal:

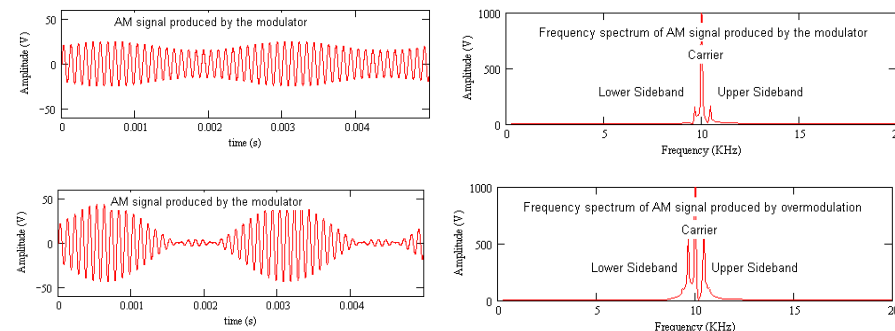
$$\begin{aligned} u_d(t) &= \frac{1}{2} U_0 U_{ol} \cos(\theta_l) + \frac{1}{2} U_0 U_{ol} \cos(2\omega_0 t + \theta_l) + \\ &= \left(\frac{1}{2} m_0 U_0 U_{ol} \cos(\theta_l) \right) m(t) + \left(\frac{1}{2} m_0 U_0 U_{ol} m(t) \right) \cos(2\omega_0 t + \theta_l) \end{aligned}$$

- Izlaz NF filtra:

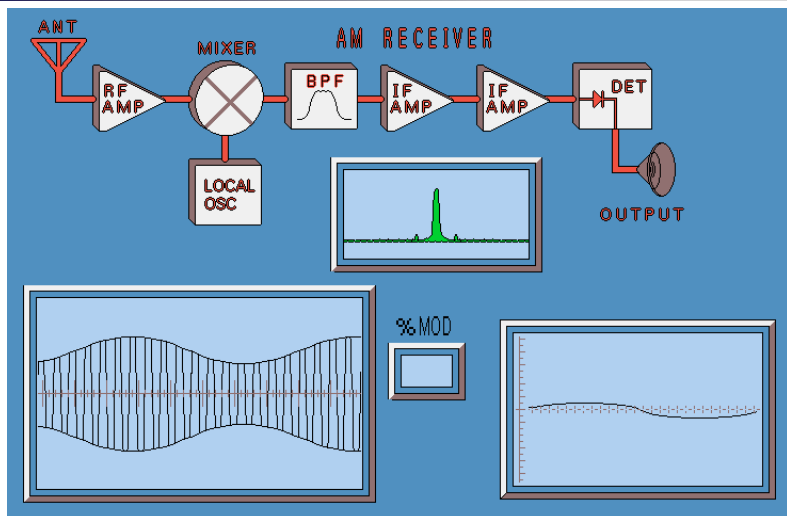
$$u_F(t) = \left(\frac{1}{2} m_0 U_0 U_{ol} \cos(\theta_l) \right) m(t)$$

Efekat premodulacije kod KAM

- Ako indeks modulacije postane preveliki, modulisani signal postaje negativan (menja se njegova faza).
- Treba izbeći slučaj $m_0 > 1$ jer se tada signal izobliči a u spektru se pojavljuju dodatne komponente!



Premodulacija - animacija



Amplitudska modulacija sa dva bočna opsega (AM2BO)

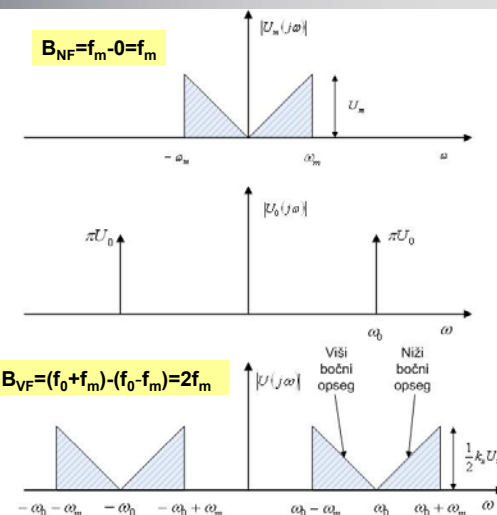
- Opšti oblik:

$$\begin{aligned} u(t) &= k_u u_m(t) U_0 \cos(\omega_0 t) \\ U(t) &= k_u u_m(t) U_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{k_u U_0}{2} u_m(t) e^{j\omega_0 t} \\ &+ \frac{k_u U_0}{2} u_m(t) e^{-j\omega_0 t} \end{aligned}$$

$$U(j\omega) = F\{u(t)\}$$

$$\begin{aligned} U(j\omega) &= \frac{k_u U_0}{2} U_m(j(\omega - \omega_0)) \\ &+ \frac{k_u U_0}{2} U_m(j(\omega + \omega_0)) \end{aligned}$$



Prostoperiodičan modulišući signal (AM2BO) – analitički izrazi

- Modulišući

$$u_m(t) = U_m \cos \omega_m t$$

- Nosilac

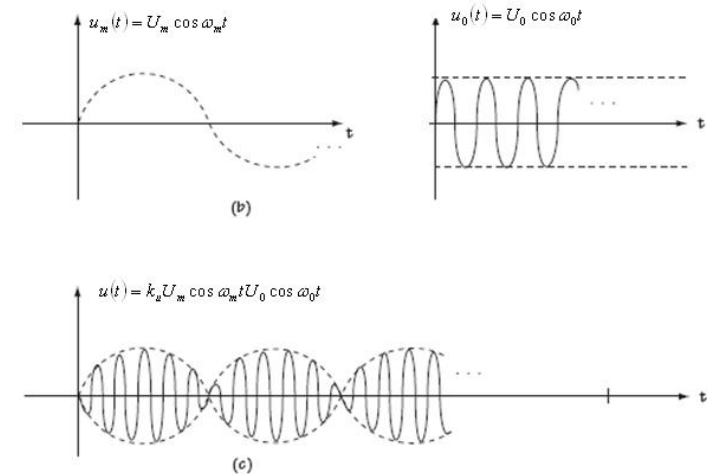
$$u_0(t) = U_0 \cos \omega_0 t$$

- Modulisani

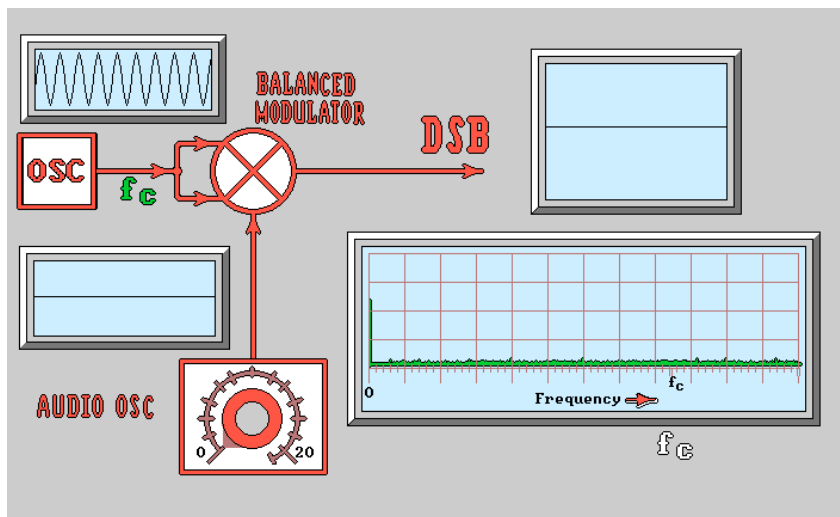
$$u(t) = k_u U_m \cos \omega_m t U_0 \cos \omega_0 t$$

$$u(t) = \frac{k_u U_0 U_m}{2} \cos[(\omega_0 - \omega_m)t] + \frac{k_u U_0 U_m}{2} \cos[(\omega_0 + \omega_m)t]$$

Prostoperiodičan modulišući signal (AM2BO) – vremenski domen



AM2BO modulator – animacija (DSB - Double SideBand Modulation)



Demodulacija AM2BO signala - analitički izrazi -

- Veoma jednostavna realizacija - produktni modulator i NF filter!
- Ponovno transliranje signala u osnovni opseg.

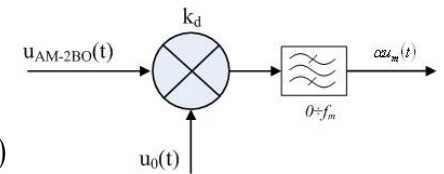
$$u_{AM2BO}(t) = u_m(t) \cos(\omega_0 t)$$

$$u_{ol}(t) = U_{ol} \cos(\omega_0 t + \theta_l)$$

$$u_d(t) = k_d u_m(t) \cos(\omega_0 t) U_{ol} \cos(\omega_0 t + \theta_l)$$

$$u_d(t) = \frac{k_d U_{ol}}{2} u_m(t) \cos \theta_l + \frac{k_d U_{ol}}{2} u_m(t) \cos(2\omega_0 t + \theta_l)$$

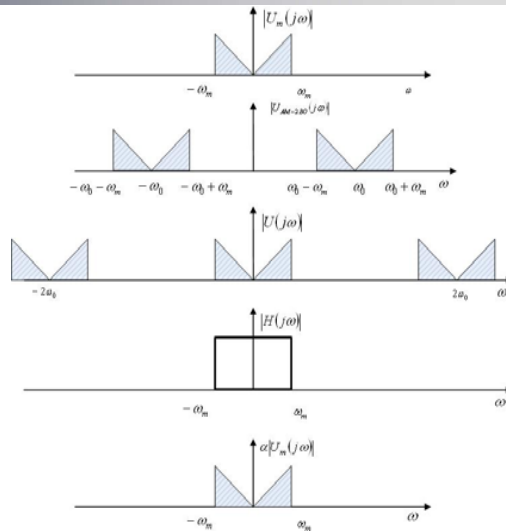
$$u_i(t) = \frac{k_d U_{ol}}{2} \cos \theta_l u_m(t)$$



Demodulacija AM2BO signala

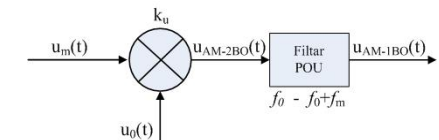
- spektri modulišućeg, modulisanog, signala na ulazu NF filtra i demodulisanog signala -

- Množenje lokalno generisanim nosiocem.
- Rezultat je spektar koji sadrži komponente na niskim učestanostima i komponente oko $2f_m$.
- NF filtrom izdvoji se samo deo na niskim učestanostima.



Amplitudska modulacija sa jednim bočnim opsegom (AM1BO) - ideja

- Dobija se od AM2BO signala filtriranjem samo jednog bočnog opsega



- Srednja snaga AM1BO signala:

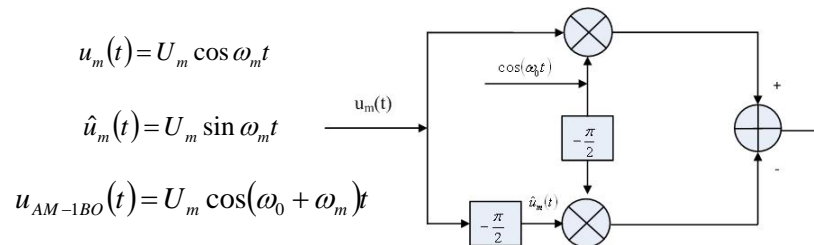
$$P_{AM1BO} = \frac{1}{2R} \left(\frac{m_0 U_0}{2} \right)^2 = \frac{m_0^2}{4} P_0$$

Amplitudska modulacija sa jednim bočnim opsegom (AM1BO) - modulator

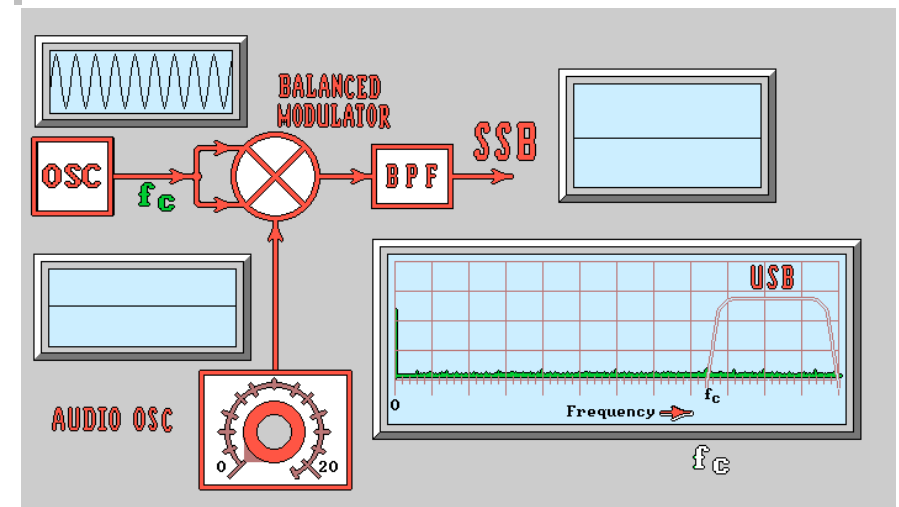
- Modulisani signal u opštem slučaju

$$u_{AM-1BO}(t) = u_m(t) \cos \omega_0 t - \hat{u}_m(t) \sin \omega_0 t$$

- Prostoperiodični signal



AM1BO – animacija (SSB - Single SideBand Modulation)



Demodulacija AM1BO signala

- Ulazni AM1BO signal:

$$u_{AM1BO}(t) = U m(t) \cos(\omega_0 t) + U \hat{m}(t) \sin(\omega_0 t) \quad \text{Niži bočni opseg}$$

$$u_{AM1BO}(t) = U m(t) \cos(\omega_0 t) - U \hat{m}(t) \sin(\omega_0 t) \quad \text{Viši bočni opseg}$$

- Nosilac generisan lokalnim oscilatorom:

$$u_{ol}(t) = U_{ol} \cos(\omega_0 t + \theta_l)$$

- Demodulisan signal:

$$\begin{aligned} u_d(t) &= \frac{1}{2} U U_{ol} \cos(\theta_l) m(t) + \frac{1}{2} U U_{ol} \sin(\theta_l) \hat{m}(t) + \\ &= \frac{1}{2} U_0 U_{ol} m(t) \cos(2\omega_0 t + \theta_l) - \frac{1}{2} U_0 U_{ol} \hat{m}(t) \sin(2\omega_0 t + \theta_l) \end{aligned}$$

- Izlaz NF filtra:

$$u_F(t) = \frac{1}{2} U U_{ol} [\cos(\theta_l) m(t) + \sin(\theta_l) \hat{m}(t)]$$

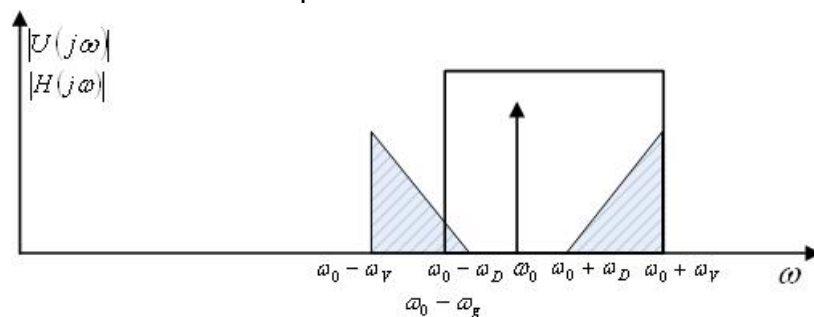
AM1BO - značaj

- Osnova prenosa telefonskog saobraćaja na velikim rastojanjima do 1980.
 - Grupa telefonskih razgovora je modulirana, tj. translirana u opseg oko neke učestanosti nosioca.
 - Ovo je dugo bio jedini pouzdan a efikasan oblik komunikacije između strategijskih bombardera i zemaljske komande.
- Razlozi
 - Nosilac se ne prenosi – ušteda snage od 50% (-3dB).
 - Umesto oba bočna opsega, prenosi se samo jedan – ušteda snage od dodatnih 50% (-3dB-3dB=-6dB).
 - Umesto oba bočna opsega, prenosi se samo jedan – potreban propusni opseg je duplo manji što odgovara uštedi snage od još 50% (-3dB-3dB-3dB=-9dB).
 - Praktično se prenosi signal osam puta manje snage nego kod KAM a informacija je prenet u oba slučaja!

Amplitudska modulacija sa nesimetričnim bočnim opsegom (AMNBO)

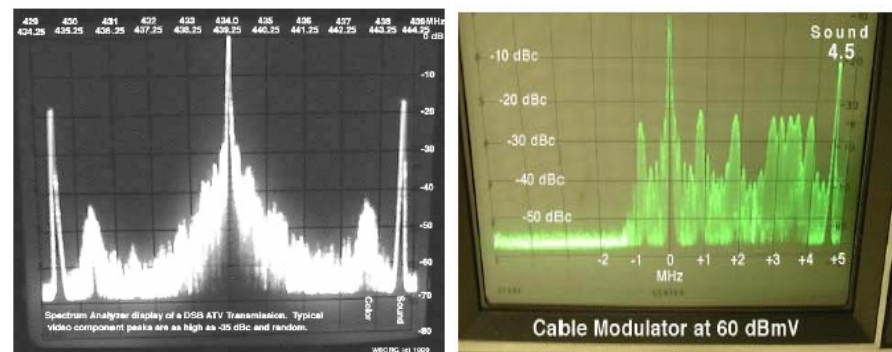
- Zahvata se samo deo drugog bočnog opsega i nosilac.
- TV signal:** 10Hz do 5MHz

$$\omega_g \approx \frac{1}{4} \omega_V \quad B \approx 1.25 f_V$$



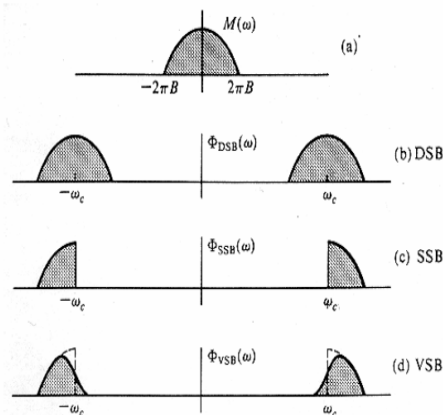
Spektar AMNBO signala (VSB - Vestigial Sideband)

- AM2BO (DSB) – po 4.5MHz sa svake strane nosioca;
- AMNBO (VSB) – čitav desni bočni opseg (4.5MHz) i 1.25MHz levog bočnog opsega.



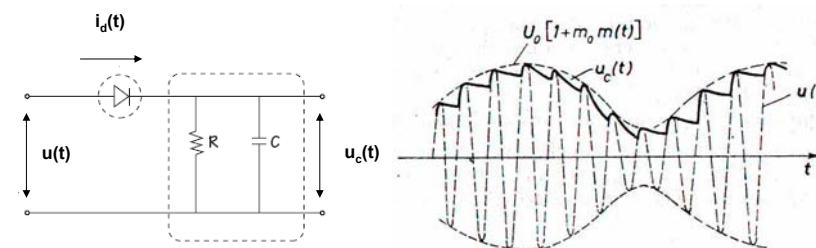
Komparacija AM postupaka

- AM2BO
 - jednostavna realizacija;
 - prostije komponente;
 - manja cena uređaja.
- AMNBO
 - uži propusni opseg, manja snaga signala;
 - potisnuta interferencija;
 - najbitnije komponente signala prenose se u oba bočna opsega (važan je deo na niskim učestanostima).



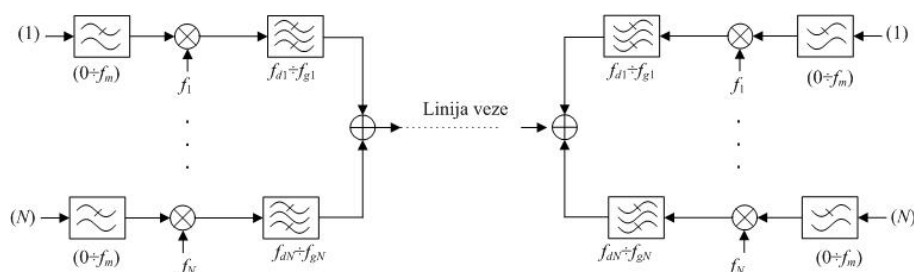
Detektor anvelope

- Demodulacija amplitudski modulisanog signala bez potrebe za generisanjem lokalnog nosioca.
- Ovo je **nekoherentna demodulacija!**



Detekcija KAM signala

Frekvencijski multipleks (frequency division multiplex)



$$f_{d1} = 60\text{kHz}, f_{g1} = 64\text{kHz}$$

$$f_{d2} = 64\text{kHz}, f_{g2} = 68\text{kHz}$$

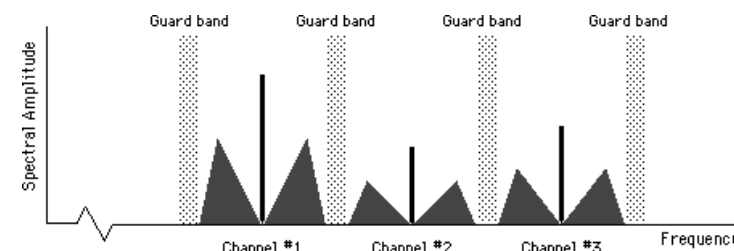
$$\vdots$$

$$f_{d12} = 104\text{kHz}, f_{g12} = 108\text{kHz}$$

$$f_i = 60 + 4 \cdot n \cdot \text{kHz}, n = 1, 2, \dots, 12$$

FDM - spektar

- Svakom korisniku dodeli se jedan deo spektra (tzv. "frekvencijski kanal") koji koristi samo on, tokom čitavog vremena.
- Između često zaštitni opsezi (*guard bands*);
- FDMA (Frequency Division Multiple Access) – kad se korisnik uključuje u sistem, koristi jedan od kanala. Dok on nije aktivan taj kanal se može dodeliti nekom drugom.



Ugaone modulacije

- Modulišući $u_m(t)$

$$U_m(j\omega) = \begin{cases} U_m(j\omega), & |\omega| \leq \omega_m \\ 0, & |\omega| > \omega_m \end{cases}$$

- Modulisani

$$u_0(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \phi(t)) = U_0 \cos(\phi(t)) \quad \phi(t) = \omega_0 t + \phi(t)$$

- Pojmovi:

$$\phi(t) = \gamma[u_m(t)] = \delta\phi_i \quad \text{Trenutna devijacija faze}$$

$$\omega_i = \frac{d\phi_i}{dt} = \frac{d\phi(t)}{dt} = \omega_0 + \frac{d\phi(t)}{dt} \quad \text{Trenutna kružna učestanost ugaono modulisanog signala}$$

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \omega_i - \omega_0 = \delta\omega_i \quad \text{Trenutna devijacija kružne učestanosti}$$

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \omega_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad \text{Trenutna frekvencija ugaono modulisanog signala}$$

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = f_i - f_0 = \delta f_i \quad \text{Trenutna devijacija frekvencije}$$

Fazna modulacija (ΦM)

- Devijacija faze

$$\delta\phi_i = \phi(t) = k_\phi u_m(t), \quad k_\phi = \text{const.}$$

$$u_m(t) = U_m m(t) \quad |u_m(t)|_{\max} = U_m \quad |m(t)| \leq 1$$

- Maksimalna devijacija faze

$$|\delta\phi_i|_{\max} = |\phi(t)|_{\max} = |k_\phi u_m(t)|_{\max} = k_\phi |U_m m(t)|_{\max} = k_\phi U_m = \Delta\phi_0$$

$$\phi_i = \phi(t) = \omega_0 t + k_\phi u_m(t) = \omega_0 t + \Delta\phi_0 m(t)$$

- Modulisani signal

$$u_{\Phi M}(t) = U_0 \cos[\phi(t)] = U_0 \cos[\omega_0 t + k_\phi u_m(t)] = U_0 \cos[\omega_0 t + \Delta\phi_0 m(t)]$$

Frekvencijska modulacija (FM)

- Devijacija frekvencije i kružne učestanosti:

$$\delta f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = k_f u_m(t), \quad k_f = \text{const.}$$

$$\delta\omega_i = \frac{d\phi(t)}{dt} = k_\omega u_m(t), \quad k_\omega = 2\pi k_f = \text{const.}$$

- Max. vrednosti:

$$|\delta f_i|_{\max} = \frac{1}{2\pi} \left| \frac{d\phi(t)}{dt} \right|_{\max} = k_f |u_m(t)|_{\max} = k_f |U_m m(t)|_{\max} = k_f U_m = \Delta f_0$$

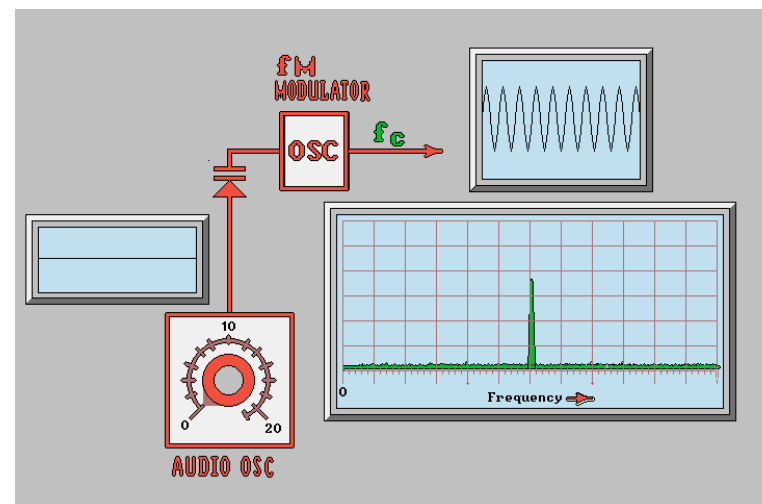
$$|\delta\omega_i|_{\max} = \left| \frac{d\phi(t)}{dt} \right|_{\max} = k_\omega |u_m(t)|_{\max} = k_\omega |U_m m(t)|_{\max} = k_\omega U_m = \Delta\omega_0$$

- Modulisani signal

$$\omega_i = \omega_0 + \frac{d\phi(t)}{dt} = \omega_0 + k_\omega u_m(t) = \omega_0 + k_\omega U_m m(t) = \omega_0 + \Delta\omega_0 m(t)$$

$$u_{FM}(t) = U_0 \cos \left[\omega_0 t + k_\omega \int_{-\infty}^t u_m(\tau) d\tau \right] = U_0 \cos \left[\omega_0 t + \Delta\omega_0 \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right]$$

Postupak FM modulacije prostoperiodičnog signala



ΦM i FM kada je modulišući signal prostoperiodičan

$$u_m(t) = U_m \cos(\omega_m t)$$

$$u(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi(t))$$

Fazna modulacija

$$\varphi(t) = k_\varphi u_m(t) = k_\varphi U_m \cos(\omega_m t) = \Delta\phi_0 \cos(\omega_m t)$$

$$u_{\Phi M}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \Delta\phi_0 \cos(\omega_m t)) \quad m = \Delta\phi_0$$

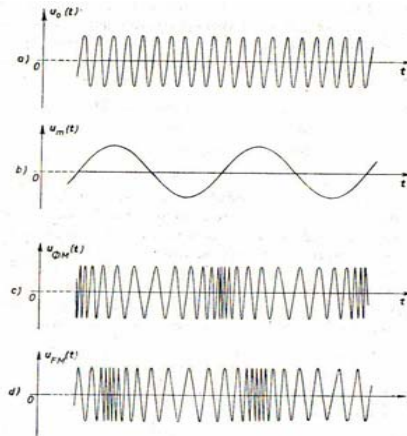
Frekvencijska modulacija

$$\delta\omega(t) = k_\omega u_m(t) = k_\omega U_m \cos(\omega_m t) = \Delta\omega_0 \cos(\omega_m t)$$

$$u_{FM}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \Delta\omega_0 \int \cos(\omega_m t) dt) =$$

$$= U_0 \cos\left(\omega_0 t + \frac{\Delta\omega_0}{\omega_m} \int \cos(\omega_m t) dt\right)$$

$$m = \frac{\Delta\omega_0}{\omega_m} = \frac{\Delta f_0}{f_m}$$



Spektar ΦM i FM signala

$$u(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) = \text{Re}\{U_0 e^{j\varphi(t)} e^{j\omega_0 t}\}$$

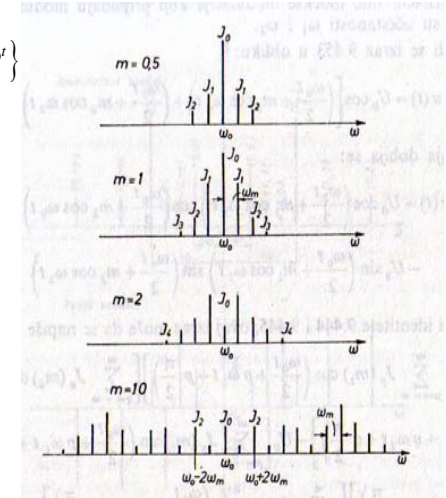
$$\varphi(t) = m \sin(\omega_m t) \quad e^{j\varphi(t)} = e^{jm \sin(\omega_m t)}$$

$$e^{jm \sin \omega_m t} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(m) e^{jn \omega_m t}$$

$$J_{-n}(m) = (-1)^n J_n(m)$$

$$u(t) = \text{Re}\left\{U_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(m) e^{j(\omega_0 + n \omega_m)t}\right\}$$

Beskonačno širok spektar!



Karsonov obrazac

- Snaga je koncentrisana oko nosioca
 - Zadržavamo komponente koje nose više od 1% snage nemodulisnog nosioca – značajne komponente

$$|J_n(m)|^2 \geq 0.01 |J_0(0)|^2 \quad n \leq m+1$$

- Snaga je koncentrisana oko nosioca
 - Širina spektra ugaono modulisnog signala (značajne komponente)

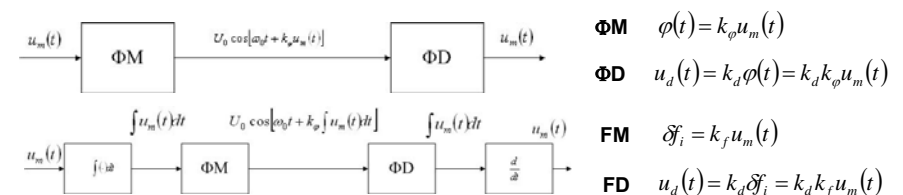
$$B = 2(m+1)f_m$$

- Dva tipa modulacije:

$$B_{\Phi M} = 2(\Delta\phi_0 + 1)f_m = 2(k_\varphi U_m + 1)f_m$$

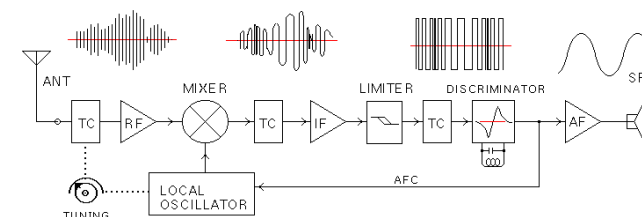
$$B_{FM} = 2(\Delta f_0 / f_m + 1)f_m = 2(\Delta f_0 + f_m) = 2(k_f U_m + f_m)$$

Demodulacija

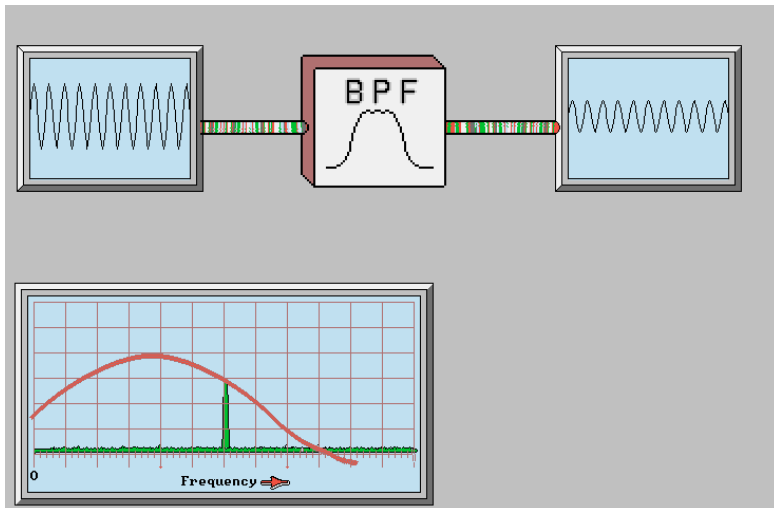


- FM demodulator:

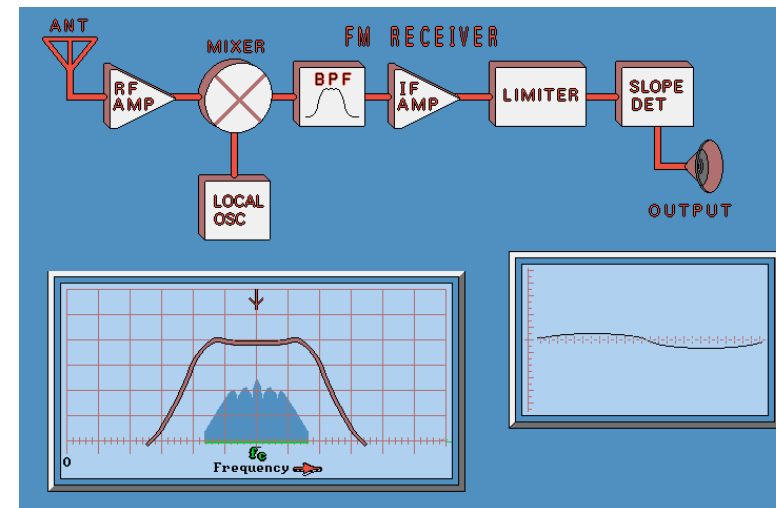
FM=integrator+ ΦM
FD= ΦD+diferencijator



Nekoherentna detekcija (slope detection)

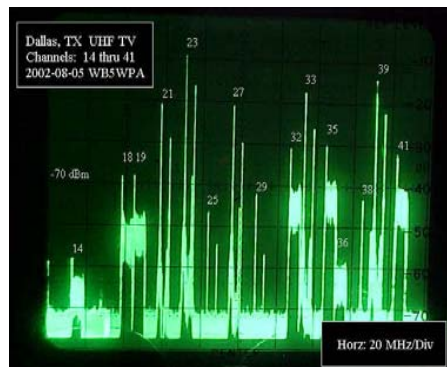
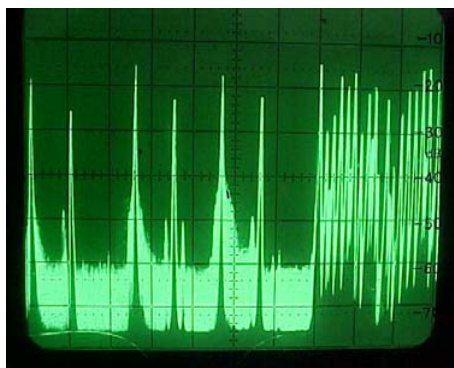


Premodulacija - animacija



FM i TV radio sistem (snimljen spektralnim analizatorom)

- VHF TV ch., CH's 2 – 13, FM broadcast ch. (5MHz/div).
- UHF TV ch., spectrum channels 14 - 41 (20MHz/div).



Literatura

1. Miroslav Dukić, *Principi telekomunikacija*, Akademski misao, Beograd, 2008.
2. Ilija Stojanović, *Osnovi telekomunikacija*, Građevinska knjiga, Beograd, 1971.
3. Zorka Stojanović, Miroslav Dukić, Zoran Petrović, Zoran Dobrosavljević, *Osnovi telekomunikacija – zbornik rešenih problema*, Građevinska knjiga, Beograd, 1998.
4. Web strana: http://www.williamson-labs.com/480_am.htm.