

VODOVI

Homogeni vod sa slabljenjem

Primarni (podužni) parametri voda su:

- r — podužna otpornost
- g — podužna provodnost
- l — podužna induktivnost
- c — podužna kapacitivnost

Na osnovu njih se određuju sekundarni parametri:

- podužna impedansa:

$$\underline{z} = r + j\omega l$$

- podužna admitansa:

$$\underline{y} = g + j\omega c$$

- koeficijent prostiranja:

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{z}\underline{y}} = \alpha + j\beta$$

gde je α koeficijent slabljenja, a β fazni koeficijent

- karakteristična impedansa:

$$\underline{Z}_C = R_C + jX_C = Z_C e^{j\phi_C} = \sqrt{\frac{\underline{z}}{\underline{y}}} = \frac{1}{\underline{Y}_C}, \quad -\frac{\pi}{4} \leq \phi_C \leq \frac{\pi}{4}$$

- karakteristična admitansa:

$$\underline{Y}_C$$

Ukupni parametri voda se definišu kao proizvod dužine voda i podužnih parametara:

$$R = rd, \quad G = gd, \quad L = ld, \quad C = cd$$

Jednakost ukupnih parametara dva voda *ne* implicira jednakost podužnih parametara! Jednačine voda u vremenskom domenu, na mestu x od početka voda, su:

$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \left(r + l \frac{\partial}{\partial t}\right) i(x,t), \quad -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = \left(g + c \frac{\partial}{\partial t}\right) u(x,t)$$

U ustaljenom prostoperiodičnom režimu opšte jednačine voda u kompleksnom obliku su

$$\frac{d^2 \underline{U}(x)}{dx^2} - \gamma^2 \underline{U}(x) = 0, \quad \frac{d^2 \underline{I}(x)}{dx^2} - \gamma^2 \underline{I}(x) = 0,$$

a opšte rešenje

$$\begin{aligned} \underline{U}(x) &= \underline{A}_1 e^{-\gamma x} + \underline{A}_2 e^{\gamma x} = \underline{U}_{\text{dir}}(x) + \underline{U}_{\text{ref}}(x) \\ \underline{I}(x) &= \underline{Y}_C \underline{A}_1 e^{-\gamma x} - \underline{Y}_C \underline{A}_2 e^{\gamma x} = \underline{I}_{\text{dir}}(x) + \underline{I}_{\text{ref}}(x) \end{aligned}$$

Sabirci sa negativnim predznakom u eksponentu nazivaju se direktni talasi i prostiru se od generatora ka potrošaču (od početka voda ka kraju voda). Sabirci sa pozitivnim predznakom u eksponentu nazivaju se reflektovani talasi i prostiru se od potrošača ka generatoru (u negativnom smeru x ose).

Ponekad se član $\underline{Y}_C \underline{A}_2 e^{\gamma x}$ naziva reflektovanim talasom struje, označimo ga sa $\underline{I}'_{\text{ref}}$, kada je struja oblika $\underline{I}(x) = \underline{I}_{\text{dir}}(x) - \underline{I}'_{\text{ref}}(x)$.

Talasna dužina λ , brzina prostiranja (faze) direktnih talasa v , grupna brzina v_g i električna dužina θ_e izračunavaju se kao

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}, \quad v = \frac{\omega}{\beta}, \quad v_g = \frac{d\omega}{d\beta}, \quad \theta_e = \beta d, \quad (\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T})$$

Posmatraju se dva posebna slučaja: *neograničen vod* (fiktivan ali koristan za analizu) i *ograničen vod* (realan slučaj).

U ustaljenom prostoperiodičnom režimu jednačine neograničenog (beskonačno dugačkog, $d \rightarrow \infty$) voda u kompleksnom obliku su

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_0 e^{-\gamma x}, \quad \underline{I}(x) = \underline{I}_0 e^{-\gamma x}, \quad \underline{I}_0 = \underline{Y}_C \underline{U}_0, \quad \underline{U}_0 = \underline{U}(x=0)$$

Na vodu postoje samo direktni (progresivni talasi). Nema refleksije. Ulazna impedansa voda na mestu x je

$$\underline{Z}(x) = \frac{\underline{U}(x)}{\underline{I}(x)} = \underline{Z}_C, \quad \forall x \geq 0$$

Jednačine ograničenog voda, konačne dužine d , u kompleksnom obliku su

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_0 \cosh(\gamma x) - \underline{Z}_C \underline{I}_0 \sinh(\gamma x)$$

$$\underline{I}(x) = -\underline{Y}_C \underline{U}_0 \sinh(\gamma x) + \underline{I}_0 \cosh(\gamma x)$$

ili

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_d \cosh(\gamma(d-x)) + \underline{Z}_C \underline{I}_d \sinh(\gamma(d-x))$$

$$\underline{I}(x) = -\underline{Y}_C \underline{U}_d \sinh(\gamma(d-x)) + \underline{I}_d \cosh(\gamma(d-x))$$

Granične vrednosti su

$$\text{za } x = 0, \quad \underline{U}(0) = \underline{U}_0, \quad \underline{I}(0) = \underline{I}_0$$

$$\text{za } x = d, \quad \underline{U}(d) = \underline{U}_d, \quad \underline{I}(d) = \underline{I}_d$$

Uvodi se i rastojanje od potrošača (prijemnika), tj. rastojanje od kraja voda kao $y = d - x$.

Smer napona i struje na početku voda, $\underline{U}_0$ i $\underline{I}_0$, je pridružen, dok se za napon i struju na kraju voda, $\underline{U}_d$ i $\underline{I}_d$, usvaja nepridružen smer gledano u odnosu na pristup. Ako je vod zatvoren (završen) potrošačem (prijemnikom), impedanse $\underline{Z}_p$, važiće i jednačina $\underline{U}_d = \underline{Z}_p \underline{I}_d$.

Ulazna impedansa ograničenog voda na mestu x je

$$\underline{Z}(x) = \frac{\underline{U}(x)}{\underline{I}(x)} = \underline{Z}_C \frac{\underline{Z}_p + \underline{Z}_C \tanh(\gamma(d-x))}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_p \tanh(\gamma(d-x))} = \frac{\underline{U}_{\text{dir}}(x) + \underline{U}_{\text{ref}}(x)}{\underline{I}_{\text{dir}}(x) + \underline{I}_{\text{ref}}(x)} = \frac{\underline{U}_{\text{dir}}}{\underline{I}_{\text{dir}}} \frac{1 + \frac{\underline{U}_{\text{ref}}}{\underline{U}_{\text{dir}}}}{1 + \frac{\underline{I}_{\text{ref}}}{\underline{I}_{\text{dir}}}}$$

Kada se kaže ulazna impedansa voda obično se podrazumeva $x = 0$, odnosno ulazna impedansa na početku voda, $\underline{Z}_u = \underline{Z}(x = 0)$. To je impedansa koju „vidi” generator vezan za ulazne krajeve voda.

Koeficijent refleksije ograničenog voda na mestu x se definiše izrazom

$$\underline{\Gamma}(x) = \Gamma(x) e^{j\eta(x)} = \frac{\underline{U}_{\text{ref}}}{\underline{U}_{\text{dir}}} = \frac{\underline{Z}(x) - \underline{Z}_C}{\underline{Z}(x) + \underline{Z}_C} = \underline{\Gamma}_p e^{-2\gamma(d-x)}$$

$$\underline{\Gamma}_p = \Gamma_p e^{j\eta_p} = \frac{\underline{Z}_p - \underline{Z}_C}{\underline{Z}_p + \underline{Z}_C}$$

u kome $\underline{\Gamma}_p$ predstavlja koeficijent refleksije na potrošaču, tj. na kraju voda.

Ulazna impedansa se može izraziti preko koeficijenta refleksije.

$$\underline{Z}(x) = \underline{Z}_C \frac{1 + \underline{\Gamma}(x)}{1 - \underline{\Gamma}(x)}, \quad \underline{Z}_p = \underline{Z}_C \frac{1 + \underline{\Gamma}_p}{1 - \underline{\Gamma}_p},$$

Definiše se odnos (koeficijent, stepen) stojećih talasa na vodu — KST kao

$$s = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$

Odgovarajući engleski naziv je *Standing Wave Ratio (SWR)*. Pored oznake s koristi se i oznaka σ , odnosno, ponekad i ρ .

Postoje tri karakteristična slučaja impedanse potrošača kada se jednačine voda pojednostavljaju.

Za vod zatvoren karakterističnom impedansom, $\underline{Z}_p = \underline{Z}_C$, važe jednačine:

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_0 e^{-\gamma x}, \quad \underline{I}(x) = \underline{I}_0 e^{-\gamma x}, \quad \underline{I}_0 = \underline{Y}_C \underline{U}_0, \quad 0 \leq x \leq d, \quad \underline{U}_0 = \underline{U}(x = 0)$$

$$\underline{Z}(x) = \underline{Z}_C, \quad \underline{\Gamma}_p = 0, \quad \underline{\Gamma}(x) = 0, \quad s = 1$$

Na vodu tada postoji samo progresivan talas, koeficijent refleksije je jednak nuli (nema refleksije, ne postoji reflektovani talas). Ulazna impedansa je na bilo kom mestu jednaka karakterističnoj impedansi. Vod se ponaša kao neograničen (beskonačan).

Ako je impedansa potrošača jednaka nuli, $\underline{Z}_p = 0$, vod je označen kao kratko spojen. Jednačine se svode na

$$\underline{U}(x) = \underline{Z}_C \underline{I}_d \sinh(\underline{\gamma}(d-x))$$

$$\underline{I}(x) = \underline{I}_d \cosh(\underline{\gamma}(d-x))$$

$$\underline{Z}(x) = \underline{Z}_C \tanh(\underline{\gamma}(d-x)), \quad \underline{\Gamma}_p = -1, \quad \underline{\Gamma}(x) = -e^{-2\underline{\gamma}(d-x)}$$

Kaže se da je na potrošaču totalna refleksija. Negativan znak na $\underline{\Gamma}_p$ ukazuje da je reflektovani talas napona u protivfazi sa direktnim talasom napona.

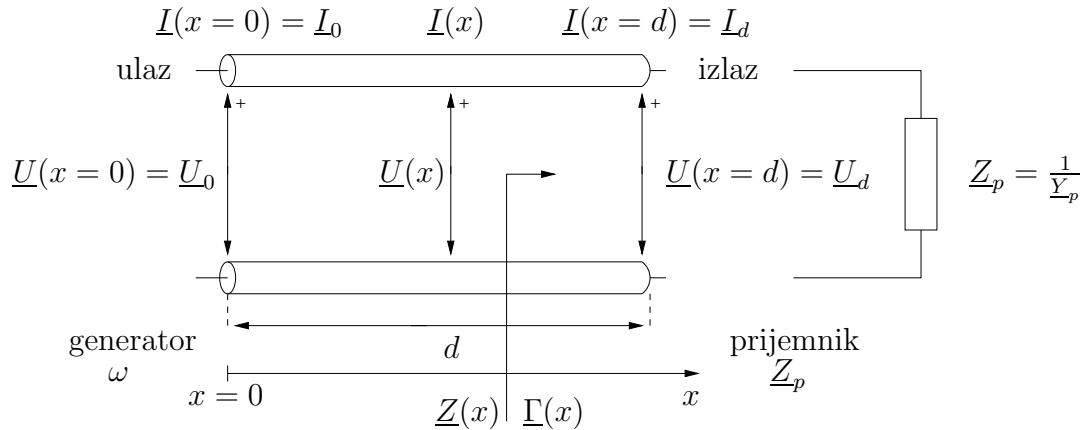
Ako je admitansa potrošača jednaka nuli, $\underline{Y}_p = 0$, vod je označen kao otvoren. Jednačine se svode na

$$\underline{U}(x) = \underline{U}_d \cosh(\underline{\gamma}(d-x))$$

$$\underline{I}(x) = \underline{Y}_C \underline{U}_d \sinh(\underline{\gamma}(d-x))$$

$$\underline{Z}(x) = \underline{Z}_C \coth(\underline{\gamma}(d-x)), \quad \underline{\Gamma}_p = 1, \quad \underline{\Gamma}(x) = e^{-2\underline{\gamma}(d-x)}$$

Na potrošaču je takođe totalna refleksija, ali sada je reflektovani talas u fazi sa direktnim.



Homogeni vod bez gubitaka

Primarni (podužni) parametri voda su:

- r — podužna otpornost
- g — podužna provodnost
- l — podužna induktivnost
- c — podužna kapacitivnost

Na osnovu njih se određuju sekundarni parametri:

- podužna impedansa:

$$\underline{z} = r + j\omega l$$

- podužna admitansa:

$$\underline{y} = g + j\omega c$$

- koeficijent prostiranja:

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{z}\underline{y}} = \alpha + j\beta$$

gde je α koeficijent slabljenja, a β fazni koeficijent

- karakteristična impedansa/admitansa:

$$\underline{Z}_C = R_C + jX_C = Z_C e^{j\phi_C} = \sqrt{\frac{\underline{z}}{\underline{y}}} = \frac{1}{\underline{Y}_C}, \quad -\frac{\pi}{4} \leq \phi_C \leq \frac{\pi}{4}$$

Vodovi su bez gubitaka pa je:

- $r = 0$
- $g = 0$
- $\alpha = 0$.

Karakteristična impedansa, $\underline{Z}_C$, i koeficijent prostiranja, $\underline{\gamma}$, su u ovom slučaju

$$\underline{Z}_C = Z_C = \sqrt{\frac{l}{c}} = \frac{1}{Y_C}, \quad \underline{\gamma} = j\beta, \quad \beta = \omega\sqrt{lc}$$

Obratiti pažnju da je kod vodova bez gubitaka karakteristična impedansa čisto realna, a koeficijent prostiranja čisto imaginarna veličina.

Električna dužina voda bez gubitaka, θ , je određena faznim koeficijentom, β , i dužinom voda, d , relacijom

$$\theta = \beta d$$

Da bi se ova oznaka razlikovala od oznake za argument napona, θ , može se dodati indeks „el”, odnosno koristiti oznaka θ_{el} .

Talasna dužina, λ , i brzina prostiranja (faze), v , izračunavaju se kao

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}, \quad v = \frac{1}{\sqrt{lc}} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \lambda f$$

Ukupni parametri voda se definišu kao proizvod dužine voda i podužnih parametara:

$$R = rd, \quad G = gd, \quad L = ld, \quad C = cd$$

Jednakost ukupnih parametara dva voda *ne* implicira jednakost podužnih parametara!

Jednačine ograničenog voda dužine d su:

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_d \cos(\beta d) + j Z_C \underline{I}_d \sin(\beta d)$$

$$\underline{I}_0 = j Y_C \underline{U}_d \sin(\beta d) + \underline{I}_d \cos(\beta d)$$

Smer napona i struje na početku voda, $\underline{U}_0$ i $\underline{I}_0$, je pridružen, dok se za napon i struju na kraju voda, $\underline{U}_d$ i $\underline{I}_d$, usvaja nepridružen smer. Ako je vod zatvoren (završen) potrošačem (prijemnikom) impedanse $\underline{Z}_p$, važiće i jednačina $\underline{U}_d = \underline{Z}_p \underline{I}_d$.

Ulazna impedansa voda bez gubitaka zatvorenog impedansom prijemnika, $\underline{Z}_p$, dat je izrazom

$$\underline{Z}_u = \underline{Z}(x=0) = Z_C \frac{\underline{Z}_p \cos(\beta d) + j Z_C \sin(\beta d)}{j \underline{Z}_p \sin(\beta d) + Z_C \cos(\beta d)}$$

<i>Sa predmeta</i>
