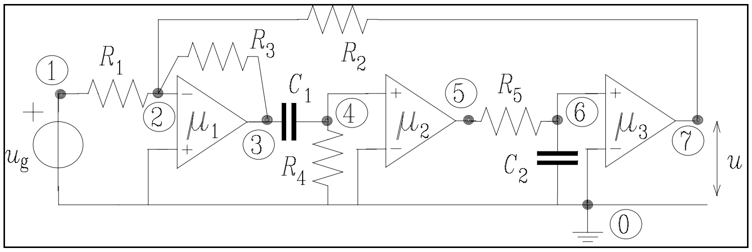
1. Funkcija mreže, selktivnost:

Zadatak 2

U kolu poznatih parametara, slika 2, pojačanja pojačavača su $\mu_1 \to \infty$, $\mu_2 = -1$, $\mu_3 = 1$. Kapacitivnosti kondezatora su *C*, a otpornosti otpornika su *R*. Odrediti: **a)** funkciju mreže $\underline{M}(\underline{s}) = \underline{U}(\underline{s}) / \underline{U}_g(\underline{s})$,

b) centralnu učestanost i *Q*-faktor polova $\underline{M}(\underline{s})$.



Slika 2

Rešenje:

a) $$\underline{M}(\underline{s}) = \frac{\underline{U}(\underline{s})}{\underline{U}_g(\underline{s})} = \frac{\underline{s}\frac{1}{RC}}{\underline{s}^2 + \underline{s}\frac{1}{RC} + \frac{1}{R^2C^2}};$$

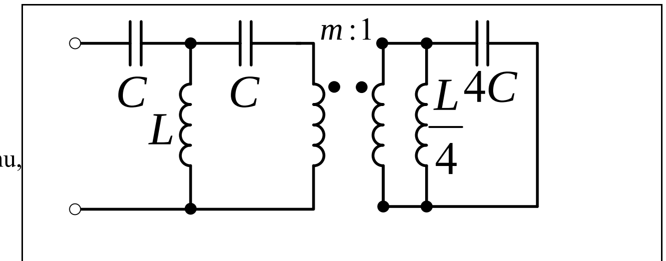
b) $$\omega_0 = \frac{1}{RC};\ Q_0 = 1;\ B = \omega_0.$$

2. Rezonancije:

Zadatak 1

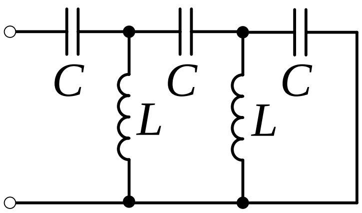
Mreža na slici 1. ima poznate parametre $L,\ C,$ m=2.

a) odrediti ulaznu impedansu mreže $\underline{Z}(\underline{s}) = \underline{Z}(j\omega)$;
b) naći polove ulazne funkcije mreže;
c) ako je mreža u ustaljenom prostoperiodičnom režimu, odrediti učestanosti rezonancije i antirezonancije;
d) nacrtati grafik reaktanse $X(\omega)$, ako važi uslov iz **c)**



Slika 1

a) radi lakšeg rešavanja mrežu možemo preslikati u:



$$\underline{Z}(\underline{s}) = \underline{Z}_C + \cfrac{1}{\underline{Y}_L + \cfrac{1}{\underline{Z}_C + \cfrac{1}{\underline{Y}_L + \cfrac{1}{\underline{Z}_C}}}},\ \underline{Z}_C = \frac{1}{\underline{s}C},\ \underline{Y}_L = \frac{1}{\underline{s}L},$$

$$\underline{Z}(\underline{s}) = \frac{1 + 4LC\underline{s}^2 + 3L^2C^2\underline{s}^4}{\underline{s}C(1 + 3LC\underline{s}^2 + L^2C^2\underline{s}^4)};$$

b)

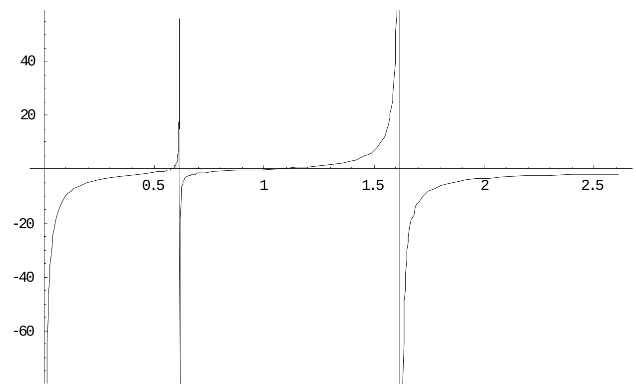
$$\left.\begin{array}{c} \underline{s}_{p1} = 0,\ \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \\ \underline{s}_{p2} = -j\omega_0\sqrt{\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}},\ \underline{s}_{p3} = j\omega_0\sqrt{\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}} \\ \underline{s}_{p4} = -j\omega_0\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}},\ \underline{s}_{p5} = j\omega_0\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}} \end{array}\right\} \text{polovi}$$

c)

$$\text{antirezonancije} = \left\{\begin{array}{c} \omega_{a1} = 0, \\ \omega_{a2} = \omega_0\sqrt{\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}}, \\ \omega_{a3} = \omega_0\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}} \end{array}\right\};$$

$$\text{rezonancije} = \left\{\begin{array}{c} \omega_{r1} = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{3}}, \\ \omega_{r2} = \omega_0, \\ \omega_{r2} = \infty \end{array}\right\}.$$

d)



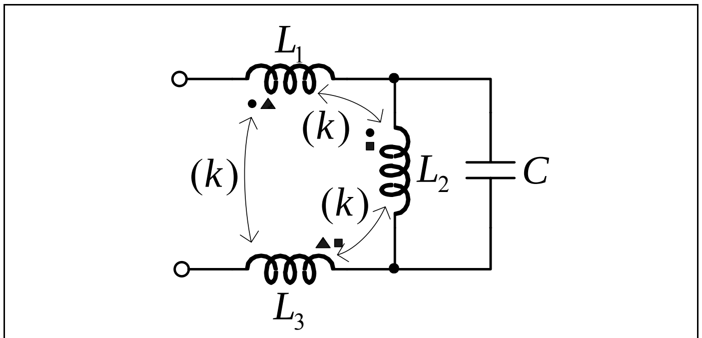
Izgled funkcije normirane na ω_0 po *x* osi,

Zadatak 2

Mreža na slici 2 sadrži linearan transformator poznatih parametara $L_1 = L_2 = L_3 = L$, $k = ½$, i kondenzator kapacitivnosti *C*. Odrediti:

a) Kompleksnu ulaznu impedansu mreže.
b) Rezonantne i antirezonantne učestanosti mreže

Grafik ulazne reaktanse mreže u funkciji kružne učestanosti.



Slika 2

Rešenje:

$$a)\ \ \underline{Z}_{ul} = L\underline{s}\frac{6 + 2LC\underline{s}^2}{1 + LC\underline{s}^2} = jX(\omega);$$

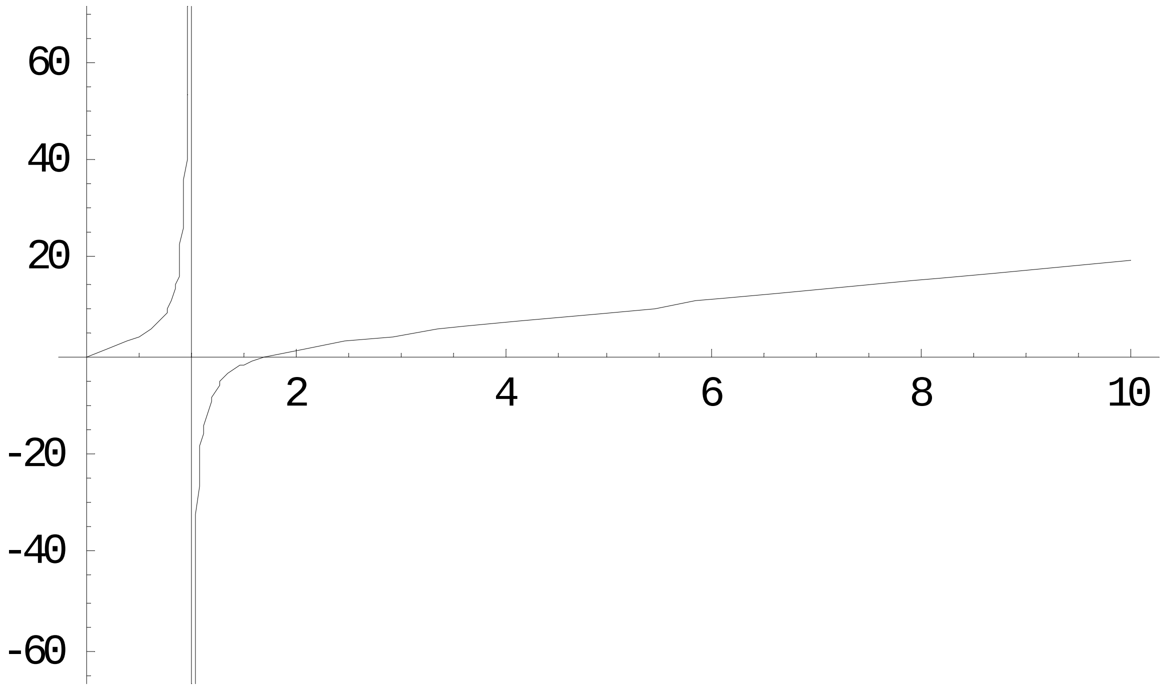
$$b)\ \ \underline{s}_{r0} = 0,\ \ \underline{s}_{r1,2} = \pm j\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{LC}} = \pm j\sqrt{3}\omega_0;$$

$$\underline{s}_{a1,2} = \pm j\frac{1}{\sqrt{LC}} = \pm j\omega_0;$$

$c)\quad X(\omega) = L\omega \dfrac{6 - 2LC\omega^2}{1 - LC\omega^2};$

$$\omega_{r0} = 0,\quad \omega_{r1,2} = \pm\sqrt{3}\omega_0$$

$$\omega_{a1,2} = \omega_0,\quad \omega_{a+\infty} = +\infty,\quad \omega_{a-\infty} = -\infty$$



Izgled funkcije normirane na ω_0 po x osi.

Zadatak 3

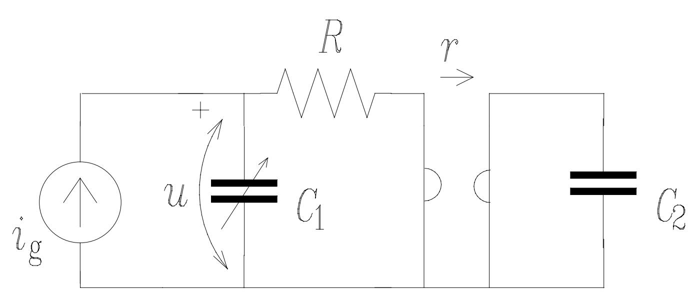
U kolu poznatih parametara R, $r = R$ i C_2, slika 3, deluje prostoperiodičan generator struje $i_g = \sqrt{2}I\cos\omega t$. Režim je ustaljen. Odrediti:

a) Kompleksan napon na krajevima generatora.

b) Vrednost kapacitivnosti C_1 pri kojoj u kolu nastaje fazna antirezonancija.

c) Efektivnu vrednost napona $u(t)$ pri ispunjenom uslovu pod b).

Numeričke vrednosti (zameniti u krajnjem rezultatu): $R = 10\,\mathrm{k}\Omega$, $C_2 = 10\,\mathrm{nF}$, $I = 1\,\mathrm{mA}$, $\omega = 10^4\, rad/s$.



Slika 3

Rešenje:

a) $\underline{U} = \underline{Z}_{ul}\underline{I}_g;$

$$\underline{Y}_{ul} = G_{ul} + jB_{ul};$$

$$G_{ul} = \frac{1}{R + R^3C^2\omega^2},\quad B_{ul} = C_1 - \frac{C_2}{1 + R^2C_2^2\omega^2}$$

b) Uslov fazne rezonancije je: $B_{ul} = 0, \Rightarrow C_1 = \dfrac{C_2}{1 + R^2C_2^2\omega^2} = 5nF;$

c) $U = 2RI = 20V.$

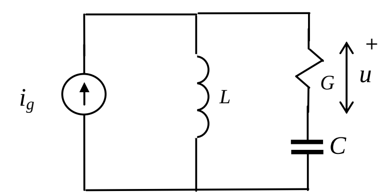
3. Ustaljen složenoperiodičan režim:

Zadatak 1

U kolu na slici 1 poznati su parametri G i ω, kao i struja generatora: $i_g = I^{(1)}\cos\omega t + I^{(3)}\cos 3\omega t$.

a) Odrediti parametre L i C tako da osnovni harmonik napona otpornika ne zavisi od G, i da amplituda trećeg harmonika struje u otporniku iznosi 90% trećeg harmonika struje izvora .

b) Izračunati trenutnu vrednost napona otpornika G u ustaljenom režimu, kao i snagu deformacije kondenzatora, ako su ispunjeni uslovi pod a).



Slika 1

Rešenje:

a) za k-ti harmonik se dobije $\underline{U}^{(k)} = \dfrac{j\omega k L \underline{I}_g^{(k)}}{1 + jG(k\omega L - \dfrac{1}{k\omega C})}$, iz uslova zadatka da prvi harmonik ne zavisi od G dobije se

da je $\omega L - \dfrac{1}{kC} = 0$, dok za treći harmonik važi uslov $\dfrac{3\omega L G I_g^{(3)}}{\sqrt{1+G^2(3\omega L - \dfrac{1}{3\omega C})^2}} = 0,9 I^{(3)}$, i dobijemo da je $C = \dfrac{2G}{\omega}$, $L = \dfrac{1}{2G\omega}$.

b) Iz prethodnog je: $\underline{U}^{(k)} = \dfrac{\dfrac{jk}{2G}\underline{I}_g^{(k)}}{1 + j\dfrac{1}{2}(k - \dfrac{1}{k})}$, odakle je: $\underline{U}^{(1)} = \dfrac{j I_g^{(1)}}{2G} \Rightarrow u^{(1)}(t) = \dfrac{I^{(1)}}{2G}\cos(\omega t + \dfrac{\pi}{2})$,

$$\underline{U}^{(3)} = \frac{j3I_g^{(3)}}{2G(1 + j\frac{4}{3})} = 0,9\frac{I_g^{(3)}}{G}e^{j\mathrm{arctg}\frac{3}{4}} \Rightarrow u^{(3)} 0,9\frac{I^{(3)}}{G}\cos(3\omega t + \mathrm{arctg}\frac{3}{4}),$$

$$u(t) = u^{(1)}(t) + u^{(3)}(t).$$

Snaga deformacije kondenzatora je: $D_C = \dfrac{1}{2}\left|U_C^{(1)}I_C^{(3)} - U_C^{(3)}I_C^{(1)}\right| = \dfrac{1}{2}\left|\dfrac{1}{\omega C}I_C^{(1)}I_C^{(3)} - \dfrac{1}{3\omega C}I_C^{(3)}I_C^{(1)}\right| = \dfrac{1}{3\omega C}I_C^{(1)}I_C^{(3)}$,

$$I_C^{(1)} = I_G^{(1)} = \frac{I_g^{(1)}}{2},\quad I_C^{(3)} = I_G^{(3)} = 0,9 I_g^{(3)},$$

$$D_C = \frac{3I_g^{(1)}I_g^{(3)}}{40G}.$$

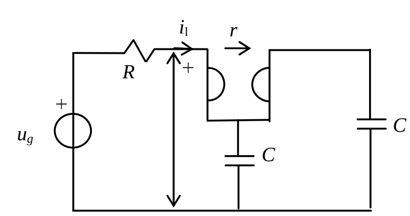
Zadatak 3

Parametri r, C i R=4r/3, kola sa slike 3, su poznati. Odrediti:

a) Ulaznu impedansu mreže vezane za krajeve generatora , $\underline{Z}_{ul}(\underline{s})=U_g/I_1$.

b) Trenutnu vrednost napona $u(t)$ ako je $u_g(t)=U_g^{(1)}\cos\omega_1 t+U_g^{(3)}\cos 3\omega_1 t$, sa $\omega_1=1/(3RC)$.

c) Sve snage generatora.



Slika 3.

Rešiti 3 zadatak sami!

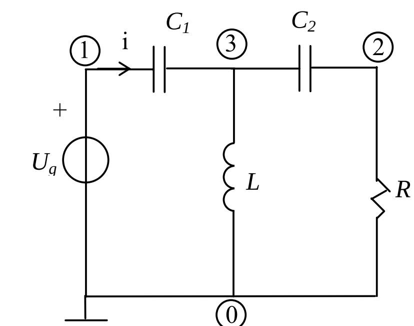
Zadatak 4

Parametri kola sa slike 4 su poznati, $\boldsymbol{C_1=C_2=C}$, $R=\sqrt{\dfrac{L}{C}}$, $u_g(t)=U+\sqrt{2}U\cos(\dfrac{1}{\sqrt{LC}}t)$.

Režim rada je ustaljen.

a) Odrediti trenutnu vrednost struje generatora $i(t)$.

b) Kolika je srednja snaga otpornika?



Slika 4

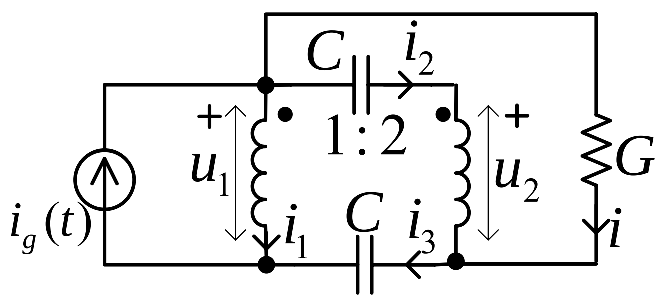
Rešenje:

a) $\underline{Z}_{ekv}^{(1)}=R,\ \underline{Z}_{ekv}^{(0)}=\infty,\ \Rightarrow\ i(t)=\sqrt{2}\dfrac{U}{R}\cos(\omega t);\ R=\sqrt{\dfrac{C}{L}},\ \omega=\dfrac{1}{\sqrt{LC}};$

b) $P_g=\dfrac{U^2}{L}$, Pošto su L i C elementi bez gubitaka.

Zadatak 5

Ako je u kolu sa slike 5 uspostavljen ustaljen složenoperiodični režim, gde je struja strujnog generatora oblika $i_g(t)=I_0+I_1\cos\omega t$, odrediti trenutnu vrednost struje $i(t)$ u otporniku provodnosti G.



Slika 5.

$$\underline{U}_2=2\underline{U}_1,\quad \underline{I}_1=-2\underline{I}_2,\qquad \text{KE}$$

$$\underline{I}_1+\underline{I}_2+\underline{I}=\underline{I}_g,\quad \underline{I}_3-\underline{I}_2-\underline{I}=0,\qquad \text{KZS}$$

Rešenje: Analizom kola dobijemo sistem jednačina: $\underline{U}_1=\dfrac{i}{G}+\dfrac{1}{\underline{s}C}(\underline{I}+\underline{I}_2)=\dfrac{\underline{I}_2}{\underline{s}C}+\underline{U}_2+\dfrac{\underline{I}_3}{\underline{s}C}$ $\qquad \text{KZN}+\text{KE}$

$$\frac{\underline{s}C\underline{I}}{G}+5\underline{I}=3\underline{I}_g,\quad \underline{s}=j\omega.$$

U ustaljenom složenoperiodičnom režimu struja k-tog harmonika je: $\underline{I}^{(k)}=\dfrac{3\underline{I}_g^{(k)}}{5+j\dfrac{Ck\omega}{G}},\quad (k=0{,}1)$.

gde je $\underline{I}_g^{(0)}=I_0,\quad \underline{I}_g^{(1)}=\dfrac{I_1}{\sqrt{2}}\Rightarrow \underline{I}^{(0)}=\dfrac{3}{5}I_0,\quad \underline{I}^{(1)}=\dfrac{3\dfrac{I_1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{25+\dfrac{C^2\omega^2}{G^2}}}e^{-j\operatorname{arctg}\frac{C\omega}{5G}}$; pa je $i(t)=\dfrac{3}{5}I_0+\dfrac{3I_1}{\sqrt{25+\dfrac{C^2\omega^2}{G^2}}}\cos(\omega t-\operatorname{arctg}\dfrac{C\omega}{5G})$.

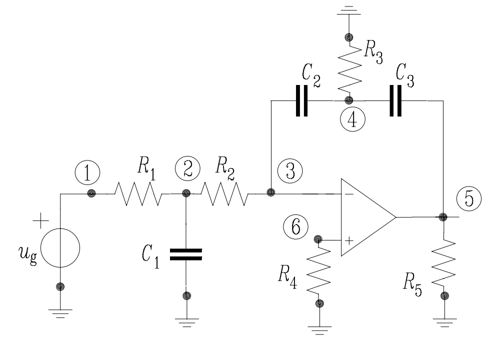
4. Laplasova transformacija:

Zadatak 2

U kolu poznatih parametara $R_1 = R_2 = 2R$, $C_1 = 2C$, $R_3 = R_4 = R_5 = R$, $C_2 = C_3 = C$, slika 2, odrediti:

a) funkciju mreže $\underline{M}(\underline{s}) = \underline{V}_5(\underline{s}) / \underline{U}_g(\underline{s})$.

b) impulsni odziv (Grinovu funkciju) potencijala čvora 5.



slika 2

Rešenje

a) $\underline{M}(\underline{s}) = -\dfrac{1}{4R^2C^2\underline{s}^2}$

b) $g(t) = -\dfrac{t}{4R^2C^2}\mathrm{h}(t)$

Zadatak 2

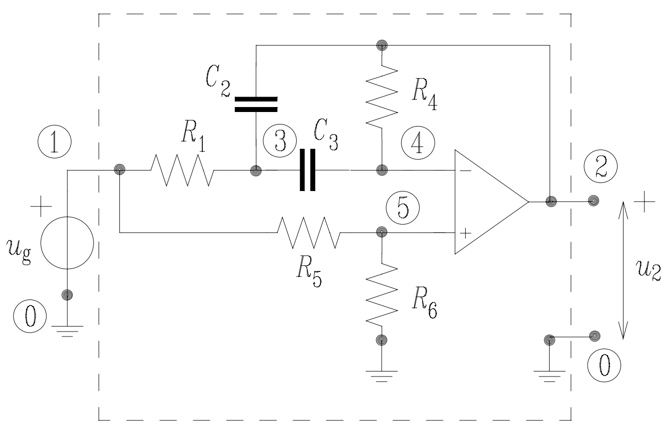
Parametri kola sa slike 2 su poznati. Kapaciti-vnosti kondezatora su *C*, $R_1 = R_4 = R_6 = R$, $R_5 = 2R$. Odrediti:

a) funkciju mreže $\underline{T}(\underline{s}) = \underline{U}_2(\underline{s}) / \underline{U}_g(\underline{s})$,

b) njene nule i polove,

c) graničnu vrednost napona $u_2(t)$, kada $t \to \infty$, ako je impulsna ekscitacija $u_g(t) = \Phi\delta(t)$, i

d) efektivnu vrednost napona $u_2(t)$ u ustaljenom režimu, ako je ekscitacija $u_g(t) = U + U\sin(\dfrac{t}{3RC}) + U\cos(\dfrac{t}{CR})$.



Slika 2

Rešenje:

a) $\underline{T}(\underline{s}) = \dfrac{(\underline{s}RC)^2 + 1}{3[(\underline{s}RC)^2 + 2\underline{s}RC + 1]}$;

b) $\underline{s}_{1,2\,nule} = \pm j\omega_0$; $\underline{s}_{1,2\,polovi} = -\omega_0$; $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$.

c) $\lim\limits_{t\to\infty} u_2(t) = \lim\limits_{\underline{s}\to 0} \underline{s}\underline{U}_2(\underline{s}) = 0$.

d) $U_2 = \sqrt{U_2^{(0)^2} + U_2^{(1)^2} + U_2^{(3)^2}} = \dfrac{U}{5}\sqrt{\dfrac{11}{9}}$.