Pitanje 76.

Kompleksan oblik *Fourier*-ovog reda.

Trigonometrijske funkcije mogu se izraziti u eksponencijalnom (kompleksnom obliku):

$$\cos(n\omega_1 t) = \frac{1}{2}\left[e^{jn\omega_1 t} + e^{-jn\omega_1 t}\right], \qquad \sin(n\omega_1 t) = \frac{1}{2j}\left[e^{jn\omega_1 t} - e^{-jn\omega_1 t}\right]$$

pa se *Fourier*-ov red može predstaviti u obliku:

$$f(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{1}{2}\left[e^{jn\omega_1 t} + e^{-jn\omega_1 t}\right] + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \frac{1}{2j}\left[e^{jn\omega_1 t} - e^{-jn\omega_1 t}\right].$$

Grupisanjem članova sa pozitivnim i negativnim eksponentom dobija se:

$$f(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2}(A_n - jB_n)e^{jn\omega_1 t} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2}(A_n + jB_n)e^{-jn\omega_1 t}$$

Uvođenjem kompleksne konstante: $\underline{C}_n = \frac{1}{2}(A_n - jBn)$ i $\underline{C}_n^* = \frac{1}{2}(A_n + jBn)$,

$$\begin{aligned} \underline{C}_n &= \frac{1}{T}\int_0^T f(t)(\cos(n\omega_1 t) - j\sin(n\omega_1 t)) \\ &= \frac{1}{T\int_0^T f(t)e^{-jn\omega_1 t}\mathrm{d}t} \\ \underline{C}_0 &= \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\mathrm{d}t = A_0 \end{aligned}$$

$\underline{C}_0$ je srednja vrednost signala.

Fourier-ov red ima oblik:

$$\begin{aligned} f(t) &= \underline{C}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_n e^{jn\omega_1 t} + \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_n^* e^{-jn\omega_1 t} \\ &= \underline{C}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_n e^{jn\omega_1 t} + \sum_{n=1}^{\infty} (\underline{C}_n^* e^{-jn\omega_1 t})^*. \end{aligned}$$

Kako je funkcija $\cos(n\omega_1 t)$ parna funkcija, funkcija $\sin(n\omega_1 t)$ neparna, važiće $C_n^* = C_{-n}$, pa je:

$$\begin{aligned} f(t) &= \underline{C}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_n e^{jn\omega_1 t} + \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_{-n} e^{-jn\omega_1 t} \\ &= \underline{C}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_n e^{jn\omega_1 t} + \sum_{n=-1}^{-\infty} \underline{C}_n e^{jn\omega_1 t} \end{aligned}$$

čime se dobija:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \underline{C}_n e^{jn\omega_1 t}$$

Kompleksan oblik *Fourier*-ovog reda koji je u važnosti za svako celobrojno n uključujući i $n = 0$. Svi koeficijenti *Fourier*-ovog reda u kompleksnom obliku dati su izrazom:

$$C_n = \frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T} f(\tau) e_1^{-jn\omega_1 t} \mathrm{d}\tau$$

Koeficijenti C_n predstavljaju frekvencijsku sliku periodične funkcije vremena $f(t)$ i poznati su kao kompleksne amplitude *Fourier*-ovog reda.

Pitanje 77.

Snage u ustaljenom složenoperiodičnom režimu.

U ustaljenom složenoperiodičnom režimu trenutna, srednja (aktivna) i prividna snaga se definišu sa:

$$p(t) = u(t)i(t)$$

trenutna snaga,

$$P = \frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T} p(t)\mathrm{d}t$$

srednja (aktivna) snaga,

$$S = UI$$

prividna snaga, gde su $u(t)$ i $i(t)$ trenutne vrednosti napona i struje na pristupu (usaglašenih smerova), a U i I su njihove efektivne vrednosti.

$$u(t) = \sum_{n=0}^{\infty} u^{(n)}(t)$$
$$i(t) = \sum_{m=0}^{\infty} i^{(m)}(t)$$

sa:

$$u^{(0)} = U_0, \qquad u^{(n)}(t) = \sqrt{2}U^{(n)}\cos\left(n\omega_1 t + \theta^{(n)}\right), \qquad n \geq 1$$
$$i^{(0)} = I_0, \qquad i^{(m)}(t) = \sqrt{2}I^{(m)}\cos\left(m\omega_1 t + \psi^{(m)}\right), \qquad n \geq 1$$

gde je $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$ učestanost osnovnog harmonika.

Trenutna ulazna snaga

Posmatrajmo linearnu, vremenski nepromenljivu mrežu N. Ako se ekscitacija $e(t)$ može opisati periodičnom funkcijom vremena periode T, u ustaljenom režimu će svi odzivi mreže, a time i napon i struja na pristupu, biti periodični, iste periode kao i ekscitacija i sa istim sadržajem harmonika, pa je trenutna ulazna snaga:

$$p(t) = \left[\sum_{n=0}^{\infty} u^{(n)}(t)\right]\left[\sum_{m=0}^{\infty} i^{(m)}(t)\right].$$

Ako razdvojimo članove sa istim i različitim frekvencijama dobijamo:

$$p(t) = \sum_{n=0}^{\infty} u^{(n)}(t) i^{(n)}(t) + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0, m\neq n}^{\infty} \left[u^{(n)}(t) i^{(n)}(t)\right]$$

U odnosu na prostoperiodični režim, situacija je složenija jer se javljaju proizvodi harmonika napona i struje različitih frekvencija.

Trenutna ulazna snaga n-tog harmonika

Proizvod komponenata napona i struje istog indeksa odgovara trenutnoj ulaznoj snazi n-tog harmonika: $p^{(n)} = u^{(n)}(t) i^{(n)}(t)$ – trenutna ulazna snaga n-tog harmonika, pri čemu je: $p^{(0)} = U^{(0)}(t) I^{(0)}(t)$ – trenutna ulazna snaga nultog harmonika. Trenutna ulazna snaga n-tog harmonika u razvijenom obliku je:

$$\begin{aligned} p^{(n)} &= U^{(n)} I^{(n)} \cos(\theta - \psi) + U^{(n)} I^{(n)} \cos\left(2n\omega_1 t + \theta^{(n)} + \psi^{(n)}\right) \\ &= P^{(n)} + p_f^{(n)} \end{aligned}$$

gde je:

$$P^{(n)} = U^{(n)} I^{(n)} \cos \varphi^{(n)}$$

srednja snaga n-tog harmonika, a

$$p_f(t) = U^{(n)} I^{(n)} \cos(2n\omega_1 t + \theta^{(n)} + \psi^{(n)})$$

fluktuirajuća snaga n-tog harmonika.

Fluktuirajuća snaga

ako su komponente različitih indeksa, njihov proizvod je deo ukupne ulazne snage nastao usled delovanja različitih harmonika:

$$\begin{aligned} p^{(n,m)} &= u^{(n)} i^{(m)}, \qquad n \neq m \\ p^{(0,m)} &= u^{(0)} \sqrt{2} I^{(m)} \cos\left(m\omega_1 t + \psi^{(m)}\right) \\ p^{(n,0)} &= \sqrt{2} U^{(n)} \cos\left(n\omega_1 t + \theta^{(n)}\right) i^{(0)} \\ p^{(n,m)} &= U^{(n)} I^{(m)} \cos\left((n+m)\omega_1 t + \theta^{(n)} + \psi^{(m)}\right) + U^{(n)} I^{(m)} \cos\left((n-m)\omega_1 t + \theta^{(n)} - \psi^{(m)}\right) \end{aligned}$$

sve komponente $p^{(n,m)}$ imaju prirodu fluktuirajuće snage.

Kraće pišemo

$$p(t) = \sum_{n=0}^{\infty} p^{(n)} + \sum_{n=1}^{\infty} p_f^{(n)} + \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} p^{(n,m)}$$

u složenoperiodičnom režimu trenutna snaga osciluje oko

$$\sum_{n=0}^{\infty} p^{(n)} = const.$$

s tim što su te oscilacije složenog oblika.

Srednja (aktivna) snaga

U ustaljenom složenoperiodičnom režimu srednja snaga se posmatra za vreme jedne periode i opisana je izrazom:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T \left[\sum_{n=0}^{\infty} P^{(n)}\right]\mathrm{d}t = \sum_{n=0}^{\infty} P^{(n)}$$

Pošto je u ustaljenom režimu srednja snaga jednaka sumi srednjih snaga svih harmonika, tada je:

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} P^{(n)}$$

srednja (aktivna) snaga u složenoperidiočnim režimu, gde su $P^{(n)}$ srednje (aktivne) snage pojedinih harmonika:

$$P^{(0)} = U_0 I_0, \qquad P^{(n)} = U^{(n)} I^{(n)} \cos\varphi^{(n)}, \qquad (n \geq 1)$$

Srednja snaga označava brzinu kojom se konstantno isporučuje energija mreži, tj. predstavlja snagu koja se nepovratno troši u mreži.

Prividna snaga

U ustaljenom složenoperiodičnom režimu prividna snaga se definiše sa: $S = UI$ - prividna snaga, gde su U i I efektivne vrednosti složenoperiodičnih veličina napona i struja, respektivno.

Efektivne vrednosti složenoperiodičnih veličina napona i struje računamo na sledeći način:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left[\sum_{\mathrm{n}=0}^{\infty} (u^{(n)})^2 + \underbrace{\sum_{\mathrm{n}}\sum_{\mathrm{m}} u^{(n)}u^{(m)}}_{\text{sr.vrednost} = 0}\right]\mathrm{d}t}$$

$n = 0\colon \left(u^{(0)}\right)^2 = U_0^2$
$n \geq 1\colon\ \left(u^{(n)}\right)^2 = 2\left(U^{(n)}\right)^2 \cos^2\left(n\omega_1 t + \theta^{(n)}\right) - \ \text{sr.vrednost} = \left(U^{(n)}\right)^2$

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} (U^{(n)})^2}\,, \qquad I = \sqrt{I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} (I^{(n)})^2}$$

Samim tim, prividna snaga je jednaka:

$$S = \left[\left(u^{(0)}\right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(U^{(n)}\right)^2\right]^{1/2} \left[\left(i^{(0)}\right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(I^{(n)}\right)^2\right]^{1/2}$$

I u složenoperiodičnom režimu se može definisati faktor snage $k_p = \frac{P}{S}$. Ovaj faktor označava koji se deo raspoložive energije, pri datim efektivnim vrednostima napona i struje, stvarno koristi u mreži u nepovratnom procesu.

Pitanje 78.

Ustaljen pseudoperiodicni rezim.

Posmatrajmo linearno, vremenski nepromenljivo kolo bez akumulirane energije u kome deluje pseudoperiodična ekscitacija:

$$e(t) = E_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \gamma)\,.$$

Prinudni odziv kola je opisan funkcijom istog tipa kao i ekscitacija:

$$y_p(t) = Y_m e^{\sigma t} \cos(wt + \delta)\,.$$

Ako je za krajeve generatora vezana pasivna mreža, bez akumulirane energije, ukupan odziv će posle dovoljno dugo vremena postati jednak prinudnom odzivu (ustaljen režim – komponenta $y_h(t)$ iščezava).

$$y(t) = y_h(t) + y_p(t)\Big|_{t\to\infty} = y_p(t)$$

Ekscitacija i odziv se mogu napisati i u obliku:

$$e(t) = \frac{1}{2} E_m e^{j\gamma} e^{(\sigma + j\omega)t} + \frac{1}{2} E_m e^{-j\gamma} e^{(\sigma - j\omega)t}$$
$$y(t) = \frac{1}{2} Y_m e^{j\delta} e^{(\sigma + j\omega)t} + \frac{1}{2} Y_m e^{-j\delta} e^{(\sigma - j\omega)t}$$

Kompleksa veličina $(\sigma + j\omega)$ ima prirodu frekvencije i predstavlja kompleksnu frekvenciju eksitacije: $\underline{s} = \sigma + j\omega$, pa je:

$$e(t) = \underline{e}_1(t) + \underline{e}_2(t)$$
$$\underline{e}_1(t) = \frac{1}{2}\underline{e}(t) \quad \underline{e}(t) = \underline{E}_m e^{st}$$
$$\underline{e}_2(t) = \underline{e}_1^*(t) \quad \underline{E}_m = E_m e^{j\gamma}$$

odnosno:

$$y(t) = \underline{y}_1(t) + \underline{y}_2(t)$$
$$\underline{y}_1(t) = \frac{1}{2}\underline{y}(t) \quad \underline{y}(t) = \underline{Y}_m e^{st}$$
$$\underline{y}_2(t) = \underline{y}_1^*(t) \quad \underline{Y}_m = Y_m e^{j\delta}$$

Sada se iz diferencijalne jednacine odziva

$$A(D)y(t) = B(D)e(t)$$

dobija komleksna algebarska jednacina

$$\underline{A}(\underline{s})y(t) = \underline{B}(\underline{s})e(t).$$

Deljenjem leve i desne strane sa e^{st}, dobija se:

$$\underline{A}(\underline{s})\underline{Y}_m = \underline{B}(\underline{s})\underline{E}_m$$

jednačina odziva u kompleksnom domenu. Kompleksan odziv $\underline{Y}_m$ se sada lako određuje:

$$\underline{Y}_m = \frac{\underline{B}(\underline{s})}{\underline{A}(\underline{s})}\underline{E}_m = \underline{T}(\underline{s})\underline{E}_m$$

gde je

$$\underline{T}(\underline{s}) = \frac{\underline{B}(\underline{s})}{\underline{A}(\underline{s})} = \frac{\underline{Y}_m}{\underline{E}_m} = \frac{\underline{y}(t)}{\underline{e}(t)}$$

kompleksna funkcija mreže.

Za linearan otpornik, kalem i kondenzator, relacije napona i struje i impedanse/admitanse u vremenskom i kompleksnom domenu su:

a) Otpornik: $u_{R_i} = R_i i_{R_i} \Longrightarrow \underline{U}_{R_i} = R_i \underline{I}_{R_i}, \underline{Z}_{R_i} = R_i$, odnosno $\underline{Y}_{R_i} = 1/\underline{Z}_{R_i} = 1/R_i = G_i$
b) Kalem: $u_{L_j} = L_j D i_{L_j} \Longrightarrow \underline{U}_{L_j} = L_j \underline{s} \underline{I}_{L_j}, \underline{Z}_{L_j} = L_j \underline{s}$, odnosno $\underline{Y}_{L_j} = 1/\underline{Z}_{L_j} = {}^{1}/_{L_j \underline{s}}$
c) Kondenzator: $i_{C_k} = C_k D u_{C_k} \Longrightarrow \underline{I}_{C_k} = C_k \underline{s} \underline{U}_{C_k}, \underline{Z}_{C_k} = {}^{1}/_{C_k \underline{s}}$, odnosno $\underline{Y}_{C_k} = 1/\underline{Z}_{C_k} = C_k \underline{s}$

Pseudoperiodični režim je najopštiji slučaj koji nastaje pri: $\underline{s} = \sigma + j\omega$, sa $\sigma \neq 0$ i $\omega \neq 0$.

Trenutna vrednost odziva $y(t)$ dobija se iz kompleksnog odziva $\underline{Y_m}$ na osnovu relacija:

$$y(t) = \mathrm{Re}\{\underline{Y_m} e^{st}\} = Y_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \delta)$$

pri čemu je kompleksna frekvencija $\underline{s}$ različita od sopstvenih frekvencija kola.

Pitanje 79.
Rezonancija u opštem slučaju sistema koji se opisuje linearnom diferencijalnom jednačinom.

Definicija:

Pojava koja nastaje u fizičkom sistemu kada je frekvencija pobude jednaka nekoj od sopstvenih frekvencija sistema naziva se rezonancija. Prinudni odziv koji tada nastaje jeste rezonantni odziv, a on može imati amplitudu veoma velike vrednosti i pri pobudi male amplitude.

Posmatrajmo linearan vremenski nepromenljiv fizički sistem S.

Diferencijalna jednačina sistema:

$$A(D)y(t) = B(D)e(t)\ .$$

Ako je pobuda pseudoperiodična i odziv je pseudoperiodičan (ustaljen režim):

$$e(t) = E_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \gamma)$$
$$y(t) = Y_m e^{\sigma t} \cos(\omega t + \delta)$$

Diferencijalnu jednačinu rešavamo najlakše u frekvencijskom domenu:

$$\underline{Y_m} = \frac{\underline{B}(\underline{s})}{\underline{A}(\underline{s})} \underline{E_m} = Y_m e^{j\delta} \rightarrow y(t) = \mathrm{Re}\{\underline{Y_m} e^{\underline{s}t}\}$$
$$\underline{s} = \sigma + j\omega\ .$$

Sopstvene učestanosti su koreni karakteristične jednačine:

$$\underline{A}(\underline{s}) = 0 \Longrightarrow \underline{s_1}, \underline{s_2}, \dots, \underline{s_r}$$

mogu biti proste ili višestruke.

Karakteristični polinom:

$$\underline{A}(\underline{s}) = (\underline{s} - \underline{s}_1)(\underline{s} - \underline{s}_2) \dots (\underline{s} - \underline{s}_r) = \prod_{i=1}^{r} (\underline{s} - \underline{s}_i)$$

Pobuda je proizvoljna i nezavisna od sistema tako da njena frekvencija može biti jednaka nekoj od sopstvenih učestanosti sistema:

$$\underline{s} = \underline{s}_i = \sigma_i + j\omega_i \,, \quad i = 1,2, \dots, r \quad (\mathbf{1})$$

kompleksna funkcija mreže postaje *beskonačna* pri toj frekvenciji:

$$T(\underline{s})\big|_{\underline{s}=\underline{s}_i} = \frac{\underline{B}(\underline{s}_i)}{\underline{A}(\underline{s}_i)} = \infty$$

jer jer $\underline{A}(\underline{s}_i) = 0, (\mathbf{1})$, a tada je beskonačan kompleksan predstavnik prinudnog odziva

$$\underline{Y}_m = T(s)\underline{E}_m\big|_{\underline{s}=\underline{s}_i} = \infty$$

Pri ovim okolnostima nastaje rezonancija.

Trenutna vrednost rezonantnog odziva ne mora biti beskonačna:

$$y(t) = \mathrm{Re}\left\{ t^p \frac{\underline{B}(\underline{s}_i)}{\underline{A}^{(p)}(\underline{s}_i)} \underline{E}_m e^{\underline{s}_i t} \right\} \quad (\mathbf{2})$$

$$\underline{A}^{(p)}(\underline{s}_i) = \frac{\mathrm{d}^p \underline{A}(\underline{s}_i)}{\mathrm{d}s^p}\bigg|_{\underline{s}=\underline{s}_i}$$

$\underline{s}_i$ je sopstvena učestanost p-tog reda.

Iz izraza $(\mathbf{2})$ možemo zaključiti kakav će rezonantni odziv biti posle dovoljno dugo vremena $(t \to \infty)$.

Od značaja je samo $t^p e^{\sigma_i t}$. S obzirom na to da se rešenje može pisati:

$$y(t) = t^p e^{\sigma_i t} F(\sigma_i, \omega_i, t)$$

gde je $F(\sigma_i, \omega_i, t) = \mathrm{Re}\left\{\frac{\underline{B}(\underline{s}_i)}{\underline{A}(\underline{s}_i)} \underline{E}_m e^{j\omega_i t}\right\}$ ograničena funkcija vremena.

Kako je

$$\lim_{t\to\infty} t^p e^{\sigma_i t} = \begin{cases} 0, & \sigma_i < 0 \\ \infty, & \sigma_i \geq 0 \end{cases} = \lim_{t\to\infty} y(t)$$

jer se isto ponaša, imamo da je za $\sigma_i < 0$ mreža pasivna a za $\sigma_i > 0$ mreža aktivna.

Pri rezonanciji ostvarenoj pri nekoj sopstvenoj učestanosti $\underline{S_i} = \sigma_i + j\omega_i$ sa $\sigma_i < 0$ (pasivan sistem) prinudni odziv će težiti nuli, posle dovoljno dugo vremena, iako se za kompleksnog predstavnika prinudnog odziva dobija beskonačna vrednost.

Ako je $\sigma_i > 0$ (aktivna mreža) a $\omega_i = 0$ onda će se odziv povećavati sa vremenom (eksponencijalno ako je koren prost, odnosno po zakonu $t^p e^{\sigma_i t}$ ako je koren reda p). Ako je $\sigma_i > 0$ a $\omega_i \neq 0$ odziv je u vidu oscilatorne funkcije sa amplitudom koja se povećava sa vremenom i posle dovoljno dugo vremena dostiže beskonačnost.

Pitanje 80.
Idealna rezonancija u električnim kolima.

Posmatramo linearnu, vremenski nepromenljivu mrežu N bez akumulirane energije sa jednim pristupom i jednim nezavisnim naponskim generatorom.

Pri pobudi naponskim generatorom ulazni napon mreže N: $u_1(t) = u_g(t)$. Diferencijalna jednačina odziva za ulaznu struju $i_1(t)$:

$$A(D)i_1(t) = B(D)u_g(t)$$

Ako je generator pseudoperiodičan $u_g(t) = U_{gm}e^{\sigma t}\cos(\omega t + \theta_g)$. kompleksna učestanost pobude je $\underline{s} = \sigma + j\omega$. Ustaljen odziv je pseudoperiodičan, istog oblika kao i pobuda $i_1(t) = I_m e^{\sigma t}\cos(\omega t + \psi)$.

Sopstvene učestanosti sistema su koreni karakteristične jednačine

$$\underline{A}(\underline{s}) = (\underline{s} - \underline{s_1})(\underline{s} - \underline{s_2}) \dots (\underline{s} - \underline{s_r}) = 0 \Longrightarrow \underline{s_1}, \underline{s_2}, \dots, \underline{s_r}$$

„Tri uslova“ rezonancije (ekvivalentni su međusobno, mislim, uslovi...)

1) ***Osnovni uslov*** za nastajanje rezonancije je jednakost učestanosti pobude nekoj od sopstvenih učestanosti, odn. $\underline{s} = \underline{s_i}$.

   Funkcija mreže će biti beskonačna:

$$\frac{\underline{i_1}(t)}{\underline{u_g}(t)} = \underline{T}(\underline{s})\Big|_{\underline{s}=\underline{s_i}} = \frac{\underline{B}(\underline{s_i})}{\underline{A}(\underline{s_i})} = \infty = \frac{\underline{I_m}}{\underline{U_{gm}}}$$

$$\underline{I_m} = \underline{T}(\underline{s_i})\underline{U_{gm}} = \infty$$

   pa se ova rezonancija naziva i strujna rezonancija.

2) ***Praktičan uslov*** *rezonancije*

$$\underline{I}_m = \underline{Y}_{ul}(\underline{s})\big|_{\underline{s}=\underline{s}_i}\underline{U}_{gm} = \infty$$

$\underline{Y}_{ul}(\underline{s})$ je kompleksna ulazna admitansa, odakle nalazimo kompleksnu ulaznu impedansu.

$$\underline{Z}_{ul}(\underline{s})\big|_{\underline{s}=\underline{s}_i} = \frac{1}{\underline{Y}_{ul}\left(\underline{s}_i\right)} = \frac{\underline{A}(\underline{s}_i)}{\underline{B}(\underline{s}_i)} = 0$$

što predstavlja praktičan uslov za određivanje rezonancije. Ova rezonancija se naziva i *idealnom* upravo iz razloga što se mreža N ponaša kao mreža bez gubitaka.

$$R_{ul}(\sigma,\omega) = 0, \qquad X_{ul}(\sigma,\omega) = 0$$

3) ***Kompleksni predstavnik prinudnog odziva (struje) je beskonačan***

$$\underline{I}_m = \underline{Y}_{ul}(\underline{s}_i)\underline{U}_{gm} = \infty$$

što zapravo označava da je njen moduo (amplituda) beskonačne vrednosti. Trenutna vrednost struje pri rezonanciji iznosi

$$y_1(t) = t^p e^{\sigma_i t}\mathrm{Re}\left\{\frac{\underline{B}(\underline{s}_i)}{\underline{A}^{(p)}(\underline{s}_i)}\underline{U}_{gm}e^{j\omega_i t}\right\}$$

gde $\underline{A}^{(p)}(\underline{s}_i)$ predstavlja izvod p-tog reda polinoma $\underline{A}(\underline{s})$ po promenljivoj $\underline{s}_i$ za $\underline{s} = \underline{s}_i$, gde je $\underline{s}_i$ koren p-tog reda polinoma $\underline{A}(\underline{s})$.

Pitanje 81.
Rezonancija pri pobudi prostoperiodičnim generatorom.

Posmatramo delovanje prostoperiodičnog naponskog generatora u linearnom, vremenski nepromenljivom kolu bez akumulisane energije.

$$u_g(t) = U_{gm}\cos(\omega t + \theta_g)$$

kompleksna učestanost pobude je $\underline{s} = j\omega$.

Frekvenciju prostoperiodičnog generatora možemo menjati samo po imaginarnoj osi frekvencija.

Kolo bez gubitaka

Koristimo idealne generatore i mreže bez gubitaka. sopstvene učestanosti kola bez gubitaka su na imaginarnoj osi u $\underline{s}$-ravni.

$$\underline{s}_i = j\omega_i$$

U kolima bez gubitaka se može ostvariti idealna rezonancija bilo promenom frekvencije prostoperiodičnog generatora, bilo podešavanjem parametara mreže N (čime utičemo na promenu sopstvenih frekvencija kola).

Kolo sa gubicima

Realna kola su uvek sa gubicima – sadrže rezistivne elemente u kojima se energija nepovratno pretvara u toplotu ($\sigma_i \neq 0$). Sopstvene učestanosti takvih kola nalaze su u levoj poluravni kompleskne frekvencije

$$\underline{s}_i = \sigma_i + j\omega_i$$

Delovanjem prostoperiodičnih generatora u takvim kolima se nikad ne može ostvariti idealna rezonancija, s obzirom da se kompleksna frekvencija generatora nalazi na imaginarnoj osi. Mogu se ostvariti samo neki aspekti rezonancije/antirezonancije:

1) jednakost imaginarnih delova učestanisti generatora i sopstvene učestanosti kola:

   $$\omega = \omega_i \text{ ili } \omega = \omega_j$$

   Ovaj slučaj nazivamo pravom rezonancijom.

   Značaj se ogleda u tome što prostoperiodičnim generatorom možemo podržati sopstvene oscilacije kola, tj. možemo nadoknaditi gubitke kola. Tako da u kolu dobijemo prostoperiodičani režim učestanosti wi (ili wj) uz mali utrošak energije generatora. Potrebno je da prostoperiodični generator bude iste frekvencije i u fazi sa signalom sopstvenog režima.

2) može se postići deo uslova $\underline{Z}_{ul}(\underline{s})\big|_{\underline{s}=\underline{s}_i} = 0$ koji se odnosi na imaginarni deo. Tj., može se postići

   $$X_{ul}(\omega) = 0\,. \qquad (\mathbf{1})$$

   Ulazna impedansa je tada čisto realna:

   $$\underline{Z}_{ul}(j\omega) = R_{ul}(\omega)$$

   odnosno argument admitanse je jednak nuli:

   $$\varphi_{ul}(\omega) = \arg \underline{Z}_{ul}(j\omega) = \arctan\frac{X_{ul}(\omega)}{R_{ul}(\omega)} = 0$$

   mreža se ponaša kao rezistivna.

   Prostoperiodični napon i struja na ulazu mreže su u fazi pri ispunjenom uslovu $(\mathbf{1})$ bez obzira koja je od tih veličina odziv a koja pobuda. Ovakav režim se naziva fazna rezonancija.

3) Možemo pokušati da ostvarimo maksimalnu moguću ulaznu struju pri pobudi naponskim generatorom.

$$\underline{I}_{1m} = \underline{Y}_{ul}(j\omega)\underline{U}_{gm} = \frac{\underline{U}_{gm}}{\underline{Z}_{ul}(j\omega)}$$
$$I_{1m} = |\underline{I}_{1m}| = Y_{ul}(\omega)U_{gm} = \frac{U_{gm}}{Z_{ul}(\omega)}$$

Pri konstantnoj amplitudi generatora struja zavisi od parametara mreže i od frekvencije generatora, tako da je

$$I_{1m} = I_{1m}(x)$$

gde je

$$x = \{R_i, L_j, C_k, \mu_m, r_n, \dots, \omega\} = \{x_e\}$$

gde smo sa x označili vektor promenljivih od kojih zavisi amplituda odziva.

Maksimalnu vrednost struje nalazimo iz relacije:

$$\frac{\mathrm{d}I_{1m}}{\mathrm{d}X_C} = 0 \Longrightarrow X_C = X_A, \qquad I_{1m}(X_A) = [I_{1m}]_{max}$$

pri čemu smo samo jednu od komponenti vektora x smatrali promenljivom, dakle, ostvarili smo parcijalni maksimum struje. Ovakav režim još nazivamo i ***amplitudskom rezonancijom***.

Pitanje 82.
Idealna antirezonancija u električnim kolima.

Posmatramo linearnu, vremenski nepromenljivu mrežu N bez akumulirane energije sa jednim pristupom i jednim nezavisnim strujenim generatorom.

Pri pobudi strujnim generatorom ulazna struja mreže N: $i_1(t) = i_g(t)$. Diferencijalna jednačina odziva za ulaznu napon $u_1(t)$:

$$A(D)u_1(t) = B(D)i_g(t)$$

Ako je generator pseudoperiodičan $i_g(t) = I_{gm}e^{\sigma t}\cos(\omega t + \psi_g)$. kompleksna učestanost pobude je $\underline{s} = \sigma + j\omega$. Ustaljen odziv je pseudoperiodičan, istog oblika kao i pobuda $u_1(t) = U_m e^{\sigma t}\cos(\omega t + \theta)$.

Sopstvene učestanosti sistema su koreni karakteristične jednačine

$$\underline{A}(\underline{s}) = (\underline{s} - \underline{s}_1)(\underline{s} - \underline{s}_2)\dots(\underline{s} - \underline{s}_r) = 0 \Longrightarrow \underline{s}_1, \underline{s}_2, \dots, \underline{s}_r$$

„Tri uslova“ antirezonancije (ekvivalentni su međusobno, mislim, uslovi...)

1) ***Osnovni uslov*** za nastajanje antirezonancije je jednakost učestanosti pobude nekoj od sopstvenih učestanosti, odn. $\underline{s} = \underline{s}_i$.

   Funkcija mreže će biti beskonačna:

$$\frac{\underline{u}_1(t)}{\underline{i}_g(t)} = \underline{T}(\underline{s})\big|_{\underline{s}=\underline{s}_i} = \frac{\underline{B}(\underline{s}_i)}{\underline{A}(\underline{s}_i)} = \infty = \frac{\underline{U}_m}{\underline{I}_{gm}}$$

$$\underline{U}_m = \underline{T}(\underline{s}_i)\underline{I}_{gm} = \infty$$

   pa se ova antirezonancija naziva i naponska rezonancija.

2) ***Praktičan uslov*** *rezonancije*

$$\underline{U}_m = \underline{Z}_{ul}(\underline{s})\big|_{\underline{s}=\underline{s}_i}\underline{I}_{gm} = \infty$$

   $\underline{Z}_{ul}(\underline{s})$ je kompleksna ulazna impedansa, odakle nalazimo kompleksnu ulaznu admitansu.

$$\underline{Y}_{ul}(\underline{s})\big|_{\underline{s}=\underline{s}_i} = \frac{1}{\underline{Z}_{ul}\left(\underline{s}_i\right)} = \frac{\underline{A}(\underline{s}_i)}{\underline{B}(\underline{s}_i)} = 0$$

   Što predstavlja praktičan uslov za određivanje antirezonancije. Ova antirezonancija se naziva i *idealnom* upravo iz razloga što se mreža N ponaša kao mreža bez gubitaka.

$$G_{ul}(\sigma, \omega) = 0, \qquad B_{ul}(\sigma, \omega) = 0$$

3) ***Kompleksni predstavnik prinudnog odziva (napona) je beskonačan***

$$\underline{U}_m = \underline{Z}_{ul}(\underline{s}_i)\underline{I}_{gm} = \infty$$

   što zapravo označava da je njen moduo (amplituda) beskonačne vrednosti. Trenutna vrednost napona pri antirezonanciji iznosi

$$y_1(t) = t^p e^{\sigma_i t}\mathrm{Re}\left\{\frac{\underline{B}(\underline{s}_i)}{\underline{A}^{(p)}(\underline{s}_i)}\underline{I}_{gm}e^{j\omega_i t}\right\}$$

   gde $\underline{A}^{(p)}(\underline{s}_i)$ predstavlja izvod p-tog reda polinoma $\underline{A}(\underline{s})$ po promenljivoj $\underline{s}_i$ za $\underline{s} = \underline{s}_i$, gde je $\underline{s}_i$ koren p-tog reda polinoma $\underline{A}(\underline{s})$.

Pitanje 83.
Antirezonancija pri pobudi prostoperiodičnim generatorom.

Posmatramo delovanje prostoperiodičnog strujnog generatora u linearnom, vremenski nepromenljivom kolu bez akumulisane energije.

$$i_g(t) = I_{gm}\cos(\omega t + \psi_g)$$

kompleksna učestanost pobude je $\underline{s} = j\omega$.

Frekvenciju prostoperiodičnog generatora možemo menjati samo po imaginarnoj osi frekvencija.

Kolo bez gubitaka

Koristimo idealne generatore i mreže bez gubitaka. sopstvene učestanosti kola bez gubitaka su na imaginarnoj osi u $\underline{s}$-ravni.

$$\underline{s}_i = j\omega_i$$

U kolima bez gubitaka se može ostvariti idealna rezonancija bilo promenom frekvencije prostoperiodičnog generatora, bilo podešavanjem parametara mreže N (čime utičemo na promenu sopstvenih frekvencija kola).

Kolo sa gubicima

Realna kola su uvek sa gubicima – sadrže rezistivne elemente u kojima se energija nepovratno pretvara u toplotu ($\sigma_i \neq 0$). Sopstvene učestanosti takvih kola nalaze su u levoj poluravni kompleskne frekvencije

$$\underline{s}_i = \sigma_i + j\omega_i$$

Delovanjem prostoperiodičnih generatora u takvim kolima se nikad ne može ostvariti idealna rezonancija, s obzirom da se kompleksna frekvencija generatora nalazi na imaginarnoj osi. Mogu se ostvariti samo neki aspekti rezonancije/antirezonancije:

1) jednakost imaginarnih delova učestanisti generatora i sopstvene učestanosti kola:

$$\omega = \omega_i \text{ ili } \omega = \omega_j$$

Ovaj slučaj nazivamo pravom antirezonancijom.

Značaj se ogleda u tome što prostoperiodičnim generatorom možemo podržati sopstvene oscilacije kola, tj. možemo nadoknaditi gubitke kola. Tako da u kolu dobijemo prostoperiodičani režim učestanosti wi (ili wj) uz mali utrošak energije generatora. Potrebno je da prostoperiodični generator bude iste frekvencije i u fazi sa signalom sopstvenog režima.

2) može se postići deo uslova $\underline{Y}_{ul}(\underline{s})\big|_{\underline{s}=\underline{s}_i} = 0$ koji se odnosi na imaginarni deo. Tj., može se postići

$$B_{ul}(\omega) = 0\,. \qquad \mathbf{(1)}$$

Ulazna impedansa je tada čisto realna:

$$\underline{Y}_{ul}(j\omega) = G_{ul}(\omega)$$

odnosno argument admitanse je jednak nuli:

$$\varphi_{ul}(\omega) = \arg \underline{Y}_{ul}(j\omega) = \arctan \frac{B_{ul}(\omega)}{G_{ul}(\omega)} = 0$$

mreža se ponaša kao rezistivna.

Prostoperiodični napon i struja na ulazu mreže su u fazi pri ispunjenom uslovu $(\mathbf{1})$ bez obzira koja je od tih veličina odziv a koja pobuda. Ovakav režim se naziva fazna antirezonancija.

3) Možemo pokušati da ostvarimo maksimalno moguć ulazni napon pri pobudi strujnim generatorom.

$$\underline{U}_{1m} = \underline{Z}_{ul}(j\omega)\underline{I}_{gm} = \frac{\underline{I}_{gm}}{\underline{Y}_{ul}(j\omega)}$$

$$U_{1m} = \left|\underline{U}_{1m}\right| = Z_{ul}(\omega)I_{gm} = \frac{I_{gm}}{Y_{ul}(\omega)}$$

pri konstantnoj amplitudi generatora napon zavisi od parametara mreže i od frekvencije generatora, tako da je

$$U_{1m} = U_{1m}(x)$$

gde je

$$x = \left\{R_i, L_j, C_k, \mu_m, r_n, \dots, \omega\right\} = \{x_e\}$$

gde smo sa x označili vektor promenljivih od kojih zavisi amplituda odziva.

Maksimalnu vrednost napona nalazimo iz relacije:

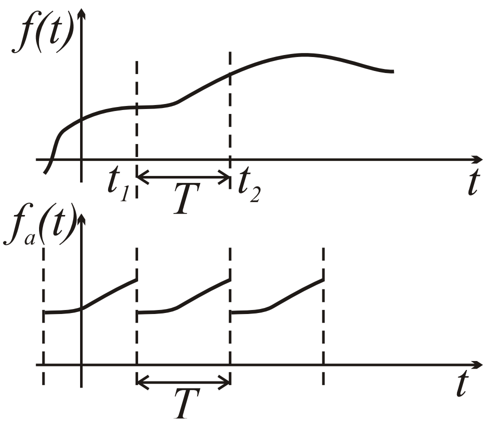
$$\frac{\mathrm{d}U_{1m}}{\mathrm{d}B_C} = 0 \Longrightarrow B_C = B_A, \qquad U_{1m}(B_A) = [U_{1m}]_{max}$$

pri čemu smo samo jednu od komponenti vektora x smatrali promenljivom, dakle, ostvarili smo parcijalni maksimum napona. Ovakav režim još nazivamo i *amplitudskom antirezonancijom*.

Pitanje 84.

Prelaz sa *Fourier*-ovog reda na *Fourier*-ovu transformaciju.

Posmatrajmo proizvoljnu funkciju vremena $f(t)$. Možemo uočiti proizvoljan interval $(t_1,\ t_2)$ i izvršiti periodičko produženje funkcije iz tog intervala čime se dobija funkcija $f_a(t)$ periode T: $T = t_2 - t_1$, $f_a(t+kT) = f_a(t),\ k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$



Periodična funkcija $f_a(t)$ se potpuno poklapa sa originalnom funkcijom $f(t)$ u intervalu $(t_1,\ t_2)$:

$$f_a(t) \equiv f(t), \qquad t_1 < t < t_2$$

U tačkama prekida, funkcija konvergira srednjoj vrednosti funkcije $f_a(t)$ u toj tački. Tačke prekida su granice intervala, pa je: $f_a(t_1) = f_a(t_2) = f_a(t_1 + kT) = \frac{1}{2}[f(t_1^+) + f(t_2^-)]$.

Periodična funkcija $f_a(t)$ ako zadovoljava *Dirichlet*-ove uslove, može se razviti u *Fourier*-ov red u kompleksnom obliku:

$$f_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \underline{C}_n e^{jn\omega_1 t}$$

sa kompleksnim koeficijentima (amplitudama):

$$\underline{C}_n = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f_a(\tau) e\hat{}(-jn\omega_1\tau)\mathrm{d}\tau$$

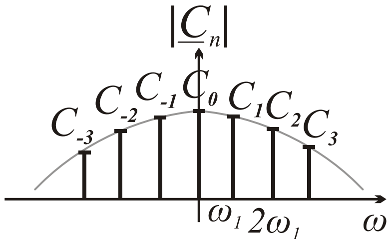
pri čemu je ω_1 ugaona frekvencija ponavljanja signala: $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$.

Ako se za početni trenutak integracije usvoji trenutak t_1, koeficijent *Fourier*-ovog reda periodične funkcije $f_a(t)$ biće određen sa:

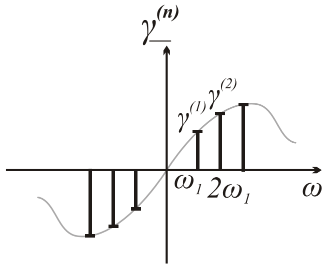
$$\underline{C}_n = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} f(\tau) e\hat{}(-jn\omega_1\tau)\mathrm{d}\tau = C_n e^{j\gamma^{(n)}}\ .$$

Ovi koeficijenti su definisani u diskretnim tačkama $n\omega_1$, na osi frekvencije.

Grafici modula i argumenata kompleksnih koeficijenata $\underline{C}_n$ obrazuju amplitudski (parna funkcija) i fazni spektar (neparna funkcija) *Fourier*-ovog reda.



Amplitudski spektar



Fazni spektar

Pošto se frekvencije u spektru koeficijenata *Fourier*-ovog reda javljaju u diskretnom nizu, tada se osnovna frekvencija ω_1, može shvatiti kao priraštaj (korak) frekvencije:

$$\Delta\omega = \omega_{k+1} - \omega_k = \omega_1$$

pa je:

$$C_n = \frac{\Delta\omega}{2\pi}\int_{t_1}^{t_2} f(\tau)e^{-jn\omega_1\tau}\mathrm{d}\tau$$

Da bi se aproksimativna periodična funkcija $f_a(t)$ poklapala sa originalnom funkcijom $f(t)$ u što širem intervalu, pomerićemo granice: donju granicu pomeramo ulevo – u tačku $t_1' < t_1$, a gornju granicu udesno – u tačku $t_2' > t_2$.

Nova funkcija $f_a'(t)$ je sada opisana *Fourier*-ovim redom:

$$f_a'(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n' e\hat{}(jn\omega_1' t)\ ,$$

sa kompleksnim koeficijentima

$$C_n' = \frac{1}{T}\int_{t_1'}^{t_2'} f(\tau)e^{(-jn\omega_1'\tau)\mathrm{d}\tau} = \frac{\Delta\omega'}{2\pi}\int_{t_1'}^{t_2'} f(\tau)e\hat{}(-jn\omega_1'\tau)\mathrm{d}\tau\ ,$$

pri čemu je $\omega_1' = \frac{2\pi}{T'} = \Delta\omega', T' = t_2' - t_1'$.

Da bi aproksimativna periodična funkcija $f_a(t)$ prekrila polaznu funkciju $f(t)$ po celoj vremenskoj osi, granice intervala moraju da teže ka $-\infty$ i $+\infty$: $t_1 \to -\infty, t_2 \to +\infty$, tako da funkcija $f_a(t)$ ima beskonačnu periodu $T \to \infty$. Odgovarajuća frekvencija ponavljanja postaje beskonačno mala:$\omega_1 = \Delta\omega \to \mathrm{d}\omega$, a diskretne učestanosti $n\omega_1$ uzimaju kontinualne vrednosti ω: $n\omega_1 \to \omega$.

Koeficijenti Fourier-ovog reda C_n, koji su bili diskretnih vrednosti, postaju kontinualne promenljive, beskonačno malih amplituda jer je

$$C_n = \frac{\Delta\omega}{2\pi}\int_{t_1}^{t_2} f(\tau)e^{(-jn\omega_1\tau)}\mathrm{d}\tau \Longrightarrow C(\omega) = \frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)e\text{^}(-j\omega\tau)\mathrm{d}\tau\ ,$$

Pošto funkcija $f_a(t)$ zadovoljava *Dirichlet*-ove uslove, zaključujemo da je funkcija $f(t)$ integrabilna po celoj vremenskoj osi, tj. integral te funkcije ima konačnu vrednost. Integral funkcije $f(t)$ je nova funkcija koja ne zavisi od vremena, već samo od frekvencije ω.

Ta funkcija se naziva ***Direktna Fourier-ova transformacija*** funkcije $f(t)$ i označava se sa:

$$F(j\omega) = \mathcal{F}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)e\text{^}(-j\omega\tau)\mathrm{d}\tau$$

pri cemu je:

$$\lim_{t_1\to-\infty,\ t_2\to+\infty} f_a(t) = f(t), \qquad (\forall t)$$

a suma u izrazu $f_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \underline{C}_n e^{jn\omega_1 t}$ prelazi u integral:

$$n\omega_1 \to \omega, \qquad \underline{C}_n \to \underline{C} = \frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t}\mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}\underline{F}(j\omega)$$
$$f_a(t) \to f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}\underline{F}(j\omega)e^{j\omega t} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\underline{F}(j\omega)e^{j\omega t}\mathrm{d}\omega\ .$$

Prelazak iz kompleksnog domena u vremenski domen moguć je ***Inverznom Fourier-ovom transformacijom*** definisanoj kao:

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}\{F(j\omega)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega)e\text{^}(j\omega\tau)\mathrm{d}\omega$$

Funkcija $f(t)$ i njena *Fourier*-ova transformacija su međusobno jednoznačno određene i predstavljaju tzv. ***Fourier-ov transformacioni par***.

Pitanje 85.
Jednačine kola u domenu *Fourier*-ove transformacije.

Rešavanje kola primenom *Fourier*-ove transformacije, formalno se svodi na pisanje istih jednačina u kompleksnom domenu, kao za ustaljen prostoperiodični rezim, jer je oblik funkcija mreže isti. Za linearno, vremenski nepromenljivo kolo bez akumulirane energije, pobuda $e(t)$ izaziva odziv $y(t)$, što je određeno diferencijalnom jednačinom $A(D)y(t) = B(D)e(t)$.

Ako odziv i pobudu izrazimo u formi inverznih *Fourier*-ovih transformacija

$$y(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} Y(j\omega)e^{(j\omega\tau)\mathrm{d}\omega}$$
$$e(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} E(j\omega)e\hat{}(j\omega\tau)\mathrm{d}\omega$$

i primenom operacije diferenciranja dobija se:

$$A(D)y(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \underline{Y}(j\omega)\left[A(D)e^{j\omega t}\right]\mathrm{d}\omega$$
$$\begin{aligned} A(D)y(t) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} Y(j\omega)\left[A(D)e^{j\omega\tau}\right]\mathrm{d}\omega \\ &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} Y(j\omega)\left[A(j\omega)e^{j\omega\tau}\right]\mathrm{d}\omega \\ &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} [Y(j\omega)A(j\omega)]e^{(j\omega\tau)\mathrm{d}\omega} \\ &= \mathcal{F}^{-1}\{Y(j\omega)A(j\omega)\} \end{aligned}$$
$$B(D)e(t) = \mathcal{F}^{-1}\{E(j\omega)B(j\omega)\}$$

jer linearne operacije izvoda i integrala mogu međusobno zameniti redosled izvršavanja.

Polazna diferencijalna jednačina se može napisati u obliku:

$$\mathcal{F}^{-1}\{Y(j\omega)A(j\omega)\} = \mathcal{F}^{-1}\{E(j\omega)B(j\omega)\}$$

Nakon *Fourier*-ove transformacije leve i desne strane dobija se:

$$Y(j\omega)A(j\omega) = E(j\omega)B(j\omega)\ ,$$

pa je kompleksan odziv određen relacijom

$$Y(j\omega) = \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)}E(j\omega) = T(j\omega)E(j\omega),$$

gde je

$$T(j\omega) = \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)} = \frac{\mathcal{F}\{y(t)\}}{\mathcal{F}\{e(t)\}}$$

funkcija mreže u domenu *Fourier*-ove transformacije.

Formalno, funkcija mreže je potpuno ista kao u slučaju ustaljenog prostoperiodičnog režima. Fundamentalna razlika se ogleda u tome što je kod ustaljenog prostoperiodičnog režima funkcija količnik obrtnih fazora i definisana u jednoj određenoj tački ω_1 (učestanost pobude) a kod primene direktne *Fourier*-ove transformacije funkcija mreže je količnik *Fourier*-ovih transformacija odziva i pobuda i definisana je po celoj ω-osi. Trenutni odziv kod *Fourier*-ove transformacije određujemo primenom inverzne *Fourier*-ove transformacije.