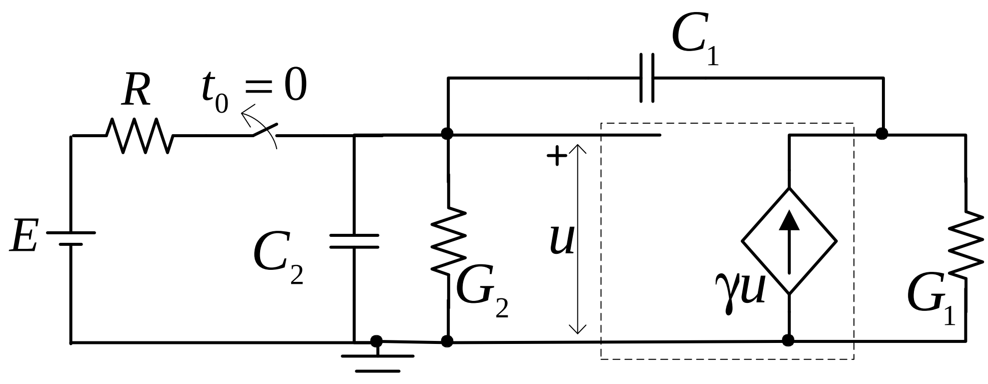
1. Zadatak (Zbirka zadataka I zadatak 13. strana 35)
Vidi prilog: **05 resavanje kola u *t* domenu.ZIP**

2. Kolo na slici 2 je u stacionarnom stanju. U trenutku $t_0 = 0$ otvori se prekidač *P*. Odrediti:

a) Prirodne početne uslove u trenutku 0^- u opštem slučaju.
b) Diferencijalnu jednačinu odziva za napon $u(t)$ u opštem slučaju,
c) Parametar γ (u opštem slučaju) tako da odziv bude prostoperiodičan za $t>t_0$,
d) Napon $u(t)$, ako je ispunjen uslov pod c) i ako važi da je $G_1 = G_2 = G = \frac{1}{R}; C_1 = C_2 = C$.



Slika 2.

Rešenje:

a) $u_{C_2}(0^-) = \dfrac{E}{1+G_2R}, u_{C1}(0^-) = \dfrac{E\left(G_1-\gamma\right)}{G_1\left(1+G_2R\right)}.$

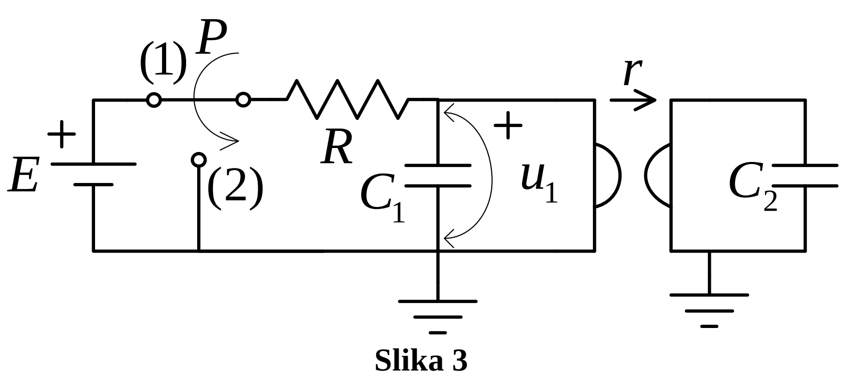
c) $\gamma = \dfrac{G_1C_1 + G_2C_1 + G_1C_2}{C_1}.$

b) $\left(D^2 + \left(\dfrac{G_1+G_2-\gamma}{C_2} + \dfrac{G_1}{C_1}\right)D + \dfrac{G_1G_2}{C_1C_2}\right)u(t) = 0.$

d) $u(t) = \dfrac{E}{1+G_2R}\left[\cos\omega t - \dfrac{G_2}{\omega C_2}\sin\omega t\right]h(t).$

3. U kolu poznatih i pozitivnih parametara (slika 3), prekidač je zatvoren(položaj 1) i u kolu je uspostavljen ustaljen režim. U trenutku $t = 0,$ prekidač se prebaci u položaj 2. Odrediti:

a) Prirodne početne uslove u trenutku $t = 0^-$.
b) Da li je komutacija regularna
c) Diferencijalnu jednačinu odziva napona $u_1(t), t \geq 0.$
d) Trenutnu vrednost $u_1(t),$ ako je $R = r, C_1 = C_2 = C.$



Slika 3

Rešenje:

a) $u_1(0^-) = 0, u_2(0^-) = \dfrac{rE}{R}.$

b) Komutacija je regularna, jer ne može doći do promene početnih napona na kondenzatorima.

c) $\left(D^2 + \dfrac{1}{RC_1}D + \dfrac{1}{r^2C_1C_2}\right)u_1(t) = 0$

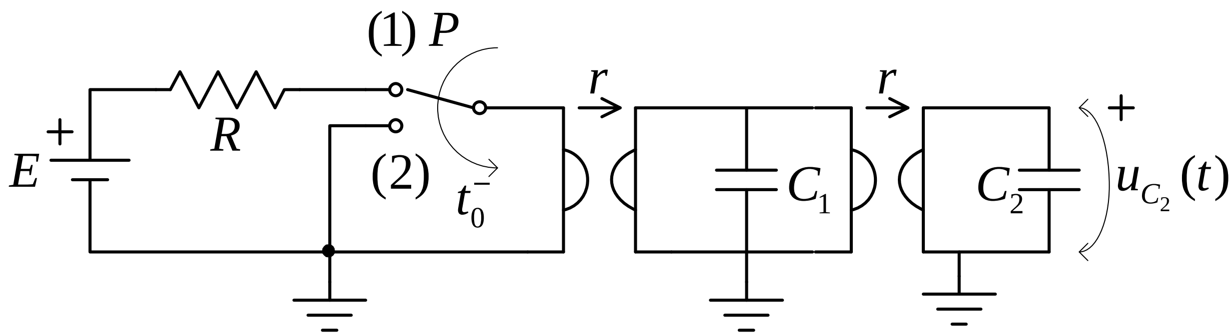
d)

$u_1(t) = -\dfrac{2E}{\sqrt{3}}e^{-\alpha t}\sin\omega_1 t \cdot h(t), \alpha = \dfrac{1}{2RC}, \omega_1 = \sqrt{3}\alpha.$

4. Parametri kola sa slike 4 su poznati $C_1 = C_2 = C$, režim rada je ustaljen. U trenutku t_0^- prekidač se prebacuje u pložaj 2.

a) Odrediti prirodne početne uslove u trenutku t_0^-. b) Odrediti vrednost napona $u_{C_2}(t)$, za $t \geq t_0$.

c) Kolika je energija C_2 u trenutku $t_1 = t_0 + 2\pi Cr$. d) Ispitatati da li je komutacija regularna.



Slika 4

Rešenje:

a) $u_{C_1}(t_0^-) = 0, u_{C_2}(t_0^-) = E.$

b) $u_{C_2}(t) = E\cos\omega(t - t_0), t \geq t_0, \omega = \dfrac{1}{rC}.$

c) $u_{C_2}(t_1) = E \Rightarrow W_{C_2} = \dfrac{1}{2}CE^2.$

d) Komutacija je regularna.

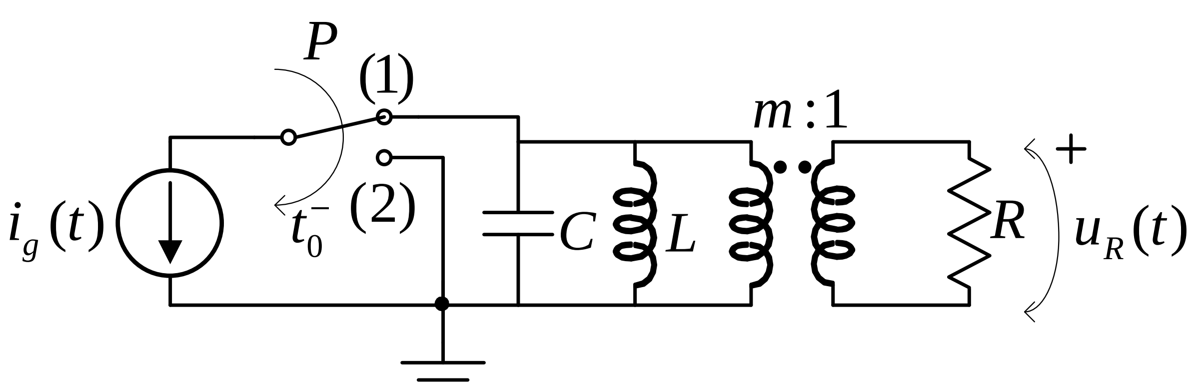
5. U kolu poznatih prametara R, L, C, m deluje generator struje $i_g(t) = I$, prekidač je u položaju 1 i kolo je u ustaljenom režimu rada. U trenutku t_0^- prekidač se prebacuje u položaj 2.

a) Odrediti prirodne početne uslove u trenutku t_0^-.

b) Difrencijalnu jednačinu za napon $u_R(t)$.

c) Trenutnu vrednost napona otpornika za $t \geq t_0$, analizom kola u vremenskom domenu, ako važi da je $m = \dfrac{1}{\sqrt{2}}, L = R^2C.$

d) Akumulisanu energiju mreže u trenucima t_0^- i t_0^+.



Slika 5

Rešenje:

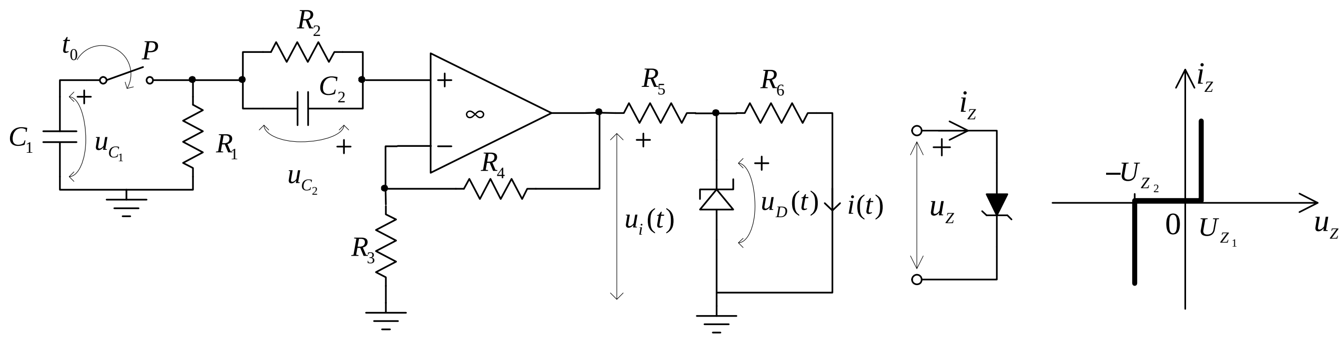
a) $u_C(t_0^-) = 0, i_L(t_0^-) = -I.$

b) $\left(D^2 + \dfrac{D}{m^2RC} + \dfrac{1}{LC}\right)u_R(t) = 0.$

c) $u_R(t) = \dfrac{I\sqrt{2}}{C}(t - t_0)e^{-\omega_0(t-t_0)}, t \geq t_0.$

d) $W(t_0^-) = W(t_0^+) = W_L(t_0^-) = \dfrac{1}{2}LI^2.$

6. Posmatra se kolo poznatih parametara $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = R_6 = R, R_4 = 2R, C_1 = C_2 = C.$ Karakteristika diode je data na slici 5b. Prekidač P je otvoren i kolo je u ustaljenom režimu rada. U treutku $t = 0$, prekidač se zatvara. Nepo-sredno pre zatvaranja prekidača kolo sadrži energiju $W(0^-) = W_0$. Odrediti struju $i(t)$ i nacrtati njen grafik ako je $u_{z_1} = \dfrac{E}{5}, u_{z_2} = E = \sqrt{\dfrac{2W_0}{C}}.$



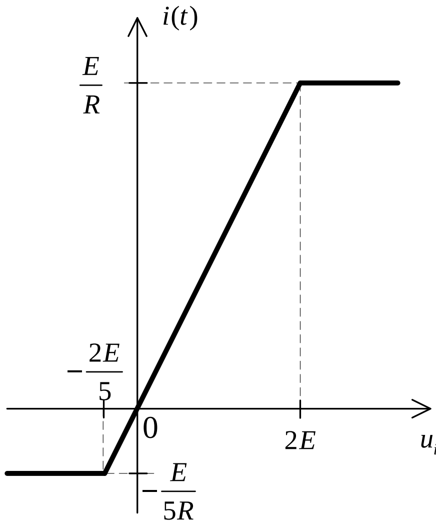
Slika 6

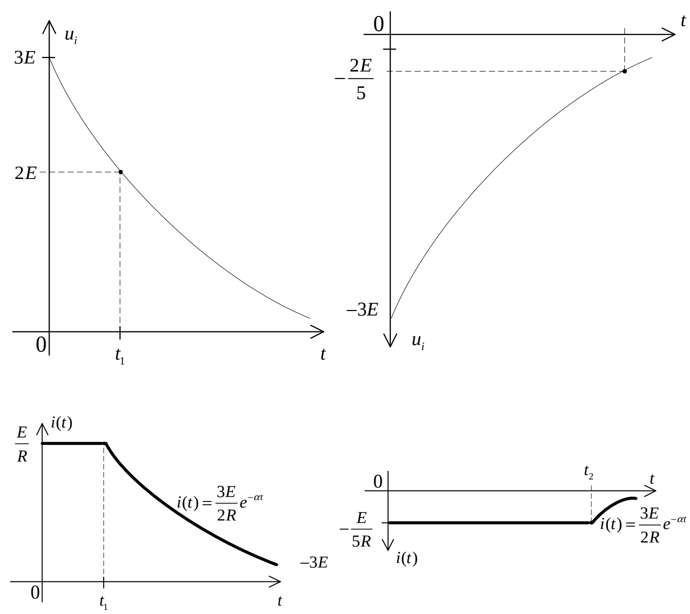
Rešenje:

$$W(0^-) = W_0 = W_{C_1} + W_{C_2} = \frac{1}{2}C_1 u_{C_1}(0^-) + \frac{1}{2}C_2 \cancel{u_{C_2}(0^-)}.$$

$$u_{C_1}(0^-) = \pm\sqrt{\frac{2W_0}{C}} = \pm E,$$

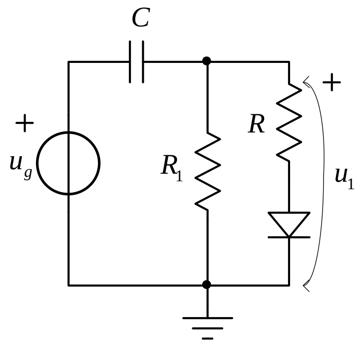
$$u_{C_1}(t) = \pm E e^{-\alpha t}, t \geq 0 \Rightarrow u_i(t) = \pm 3E e^{-\alpha t}, t \geq 0.$$



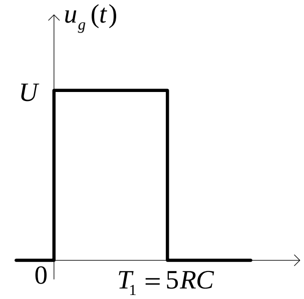


$$t_1 = \frac{1}{\alpha}\ln\frac{2}{3}, t_2 = \frac{1}{\alpha}\ln\frac{2}{15}.$$

7. Pasivno kolo(slika 7a) sa idealnom diodom je bez akumulisane energije u početnom trenutku. Napon kola definisan je na dijagramu na slici 7b. Odrediti trenutnu vrednost napona $u_1(t)$ i skicirati vremenski dijagram tog napona, smatrajući da su parametri kola poznati i da je $R_1 \gg R.$

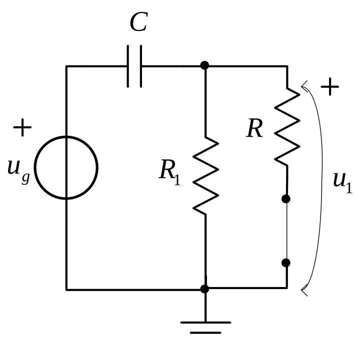


Slika 7a



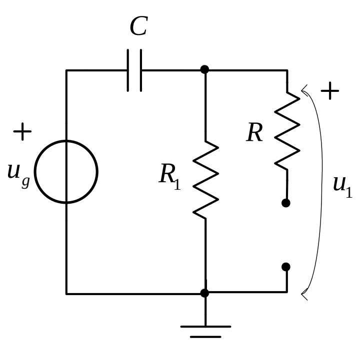
Slika 7b

Rešenje: Ako podelimo dva moguća slučaja na koji mogu da se pojave na diodi, dobićemo da se za vreme manje od dioda ponaša kao kratak spoj,jer je zbog napona generatora polarisana u direktnom smeru, a vreme punjenja kondenzatora je kraće od 5 T_1, koliko traje napon generatora, tako da se kondenzator napuni, a kad napon generatora padne na nulu u trenutku T_1, dioda se ponaša kao otvorena veza jer se kondenzator prazni preko otpornika R_1.



$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}; \quad u_1(0^+) = U;$$

$$\left(D + \frac{1}{R_e C}\right) u_1 = 0 \Rightarrow u_1(t) = Ue^{-\frac{t}{RC}}, t \le T_1;$$



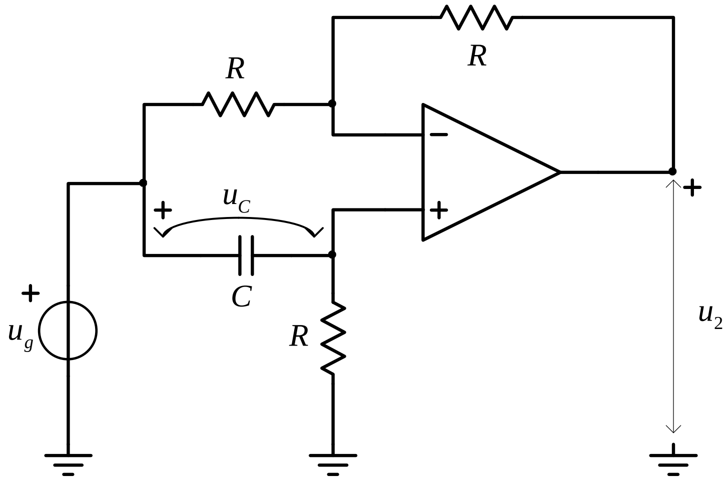
$$u_g = 0; u_1(T_1^+) = -U;$$

$$\left(D + \frac{1}{R_1 C}\right) u_1 = 0 \Rightarrow u_1(t) = -Ue^{-\frac{t-T_1}{R_1 C}}, t \ge T_1;$$

8. U kolu bez početne energije, sa slike 8, deluje generator napona $u_g(t) = Ue^{-\alpha t} h(t)$. Parametri $R_1, C > 0$ i $\alpha = \frac{1}{2RC}$, su poznati.

a) Odredit trenutnu vrednost napona kondenzatora $u_C(t)$ rešavanjem siferencijalne jednačine u vremenskom domenu.

b) Naći trenutnu vrednost napona $u_2(t)$.



Rešenje:

$$u_g = u_C + Ri_C = u_C + RCu_C;$$

$$\left(D + \frac{1}{RC}\right)u_C = \frac{1}{RC}u_g;$$

a) $u_C(t) = K_1 e^{-\frac{t}{RC}} + u_{Cp}(t); u_{Cp}(t) = K_2 e^{-\alpha t};$

$$\left(-\alpha K_2 + \frac{K_2}{RC}\right)e^{-\alpha t} = \frac{U}{RC}e^{-\alpha t} \Rightarrow K_2 = 2U;$$

$$u_C(t) = 2U\left(e^{-\alpha t} - e^{-\frac{t}{RC}}\right)h(t).$$

b) $u_2(t) = u_g - 2u_C = U\left(e^{-\alpha t} - 4e^{-\alpha t} + 4e^{-\frac{t}{RC}}\right)h(t),$

$$u_2(t) = U\left(4e^{-\frac{t}{RC}} - 3e^{-\alpha t}\right)h(t).$$