



# PRINCIPI MODERNIH TELEKOMUNIKACIJA (SI2PMT)

*Elektrotehnički fakultet  
Katedra za telekomunikacije  
Beograd, 2011/2012.*

# Zadatak 1 (1)

- \* Binarni signal  $u(t)$  predstavljen je korišćenjem pravougaonih impulsa vrlo kratkog trajanja, koji imaju dve moguće vrednosti amplitude.
- \* Signal se prenosi linijom veze koja se može aproksimirati idealnim filtrom propusnikom niskih učestanosti granične učestanosti  $f_c=500\text{kHz}$ .  
Odrediti maksimalnu brzinu signaliziranja tako da se pri prenosu signala ne javlja intersimbolska interferencija (ISI).

## Rešenje:

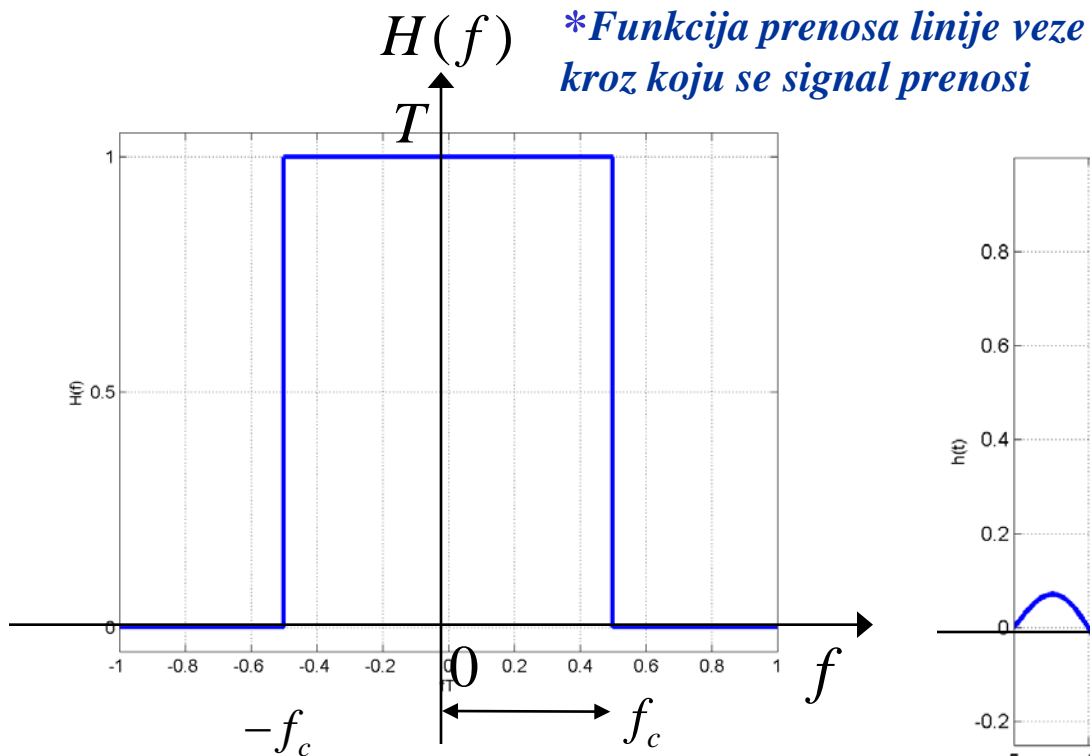
- \* Odziv linije veze na pobudu pravougaonim impulsnom vrlo kratkog trajanja praktično je jednak impulsnom odzivu linije veze.  
Tada je signal na izlazu linije veze dat sledećim izrazom

$$y(t) = A_i \frac{\sin(\omega_c t)}{\omega_c t} = A_i \frac{\sin(2\pi f_c t)}{2\pi f_c t}$$

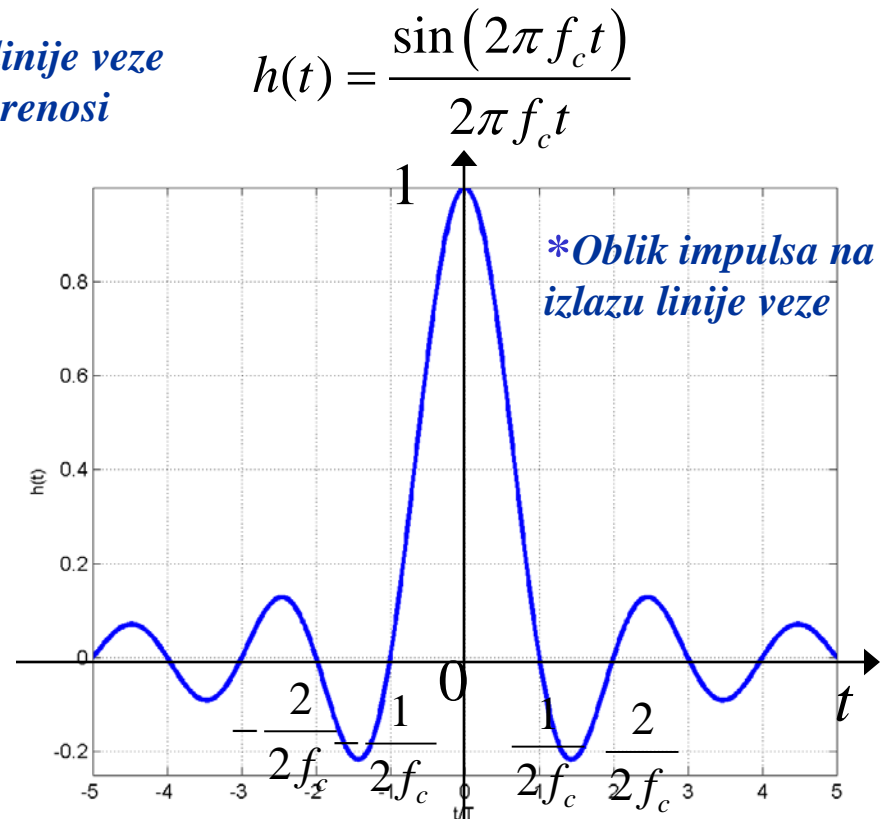
gde  $A_i$  može da ima jednu od dve vrednosti amplitude (prenosi se binarni signal)

# Zadatak 1 (2)

## \*Idealan Nyquist-ov filter



## \*Idealan Nyquist-ov impuls



\*Ukoliko je granična učestanost filtra  $f_c$ , do pojave ISI ne dolazi ako signalizacioni interval  $T$  ispunjava uslov

$$T = k \frac{1}{2f_c}, k = \pm 1, \pm 2, \dots$$

# Zadatak 1 (3)

\*Minimalno trajanje signalizacionog intervala, za graničnu učestanost idealnog NF filtra jednaku  $f_c$ , tako da se prenos signala vrši bez uticaja intersimbolske interferencije iznosi

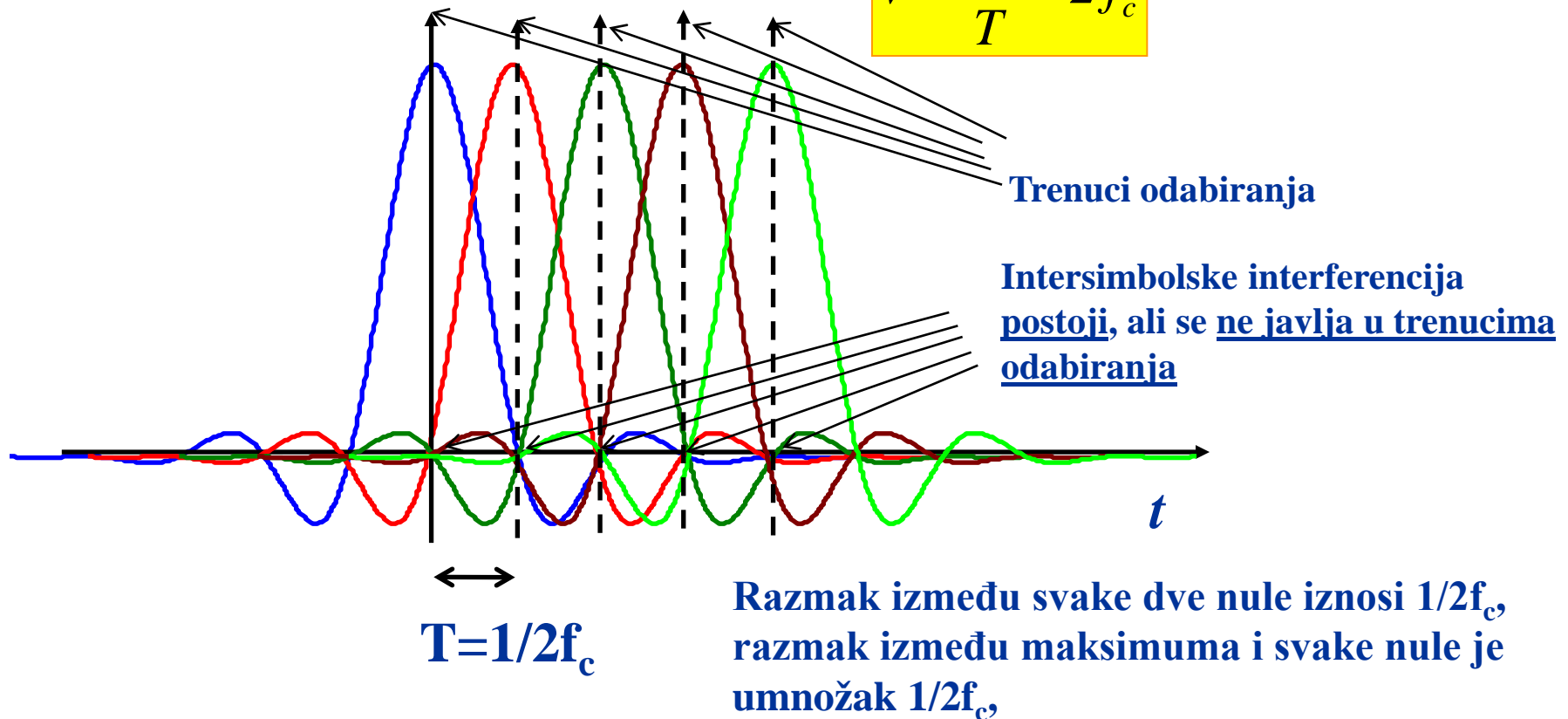
$$T = \frac{1}{2f_c}$$

$$T = 1/500\text{kHz} = 2\mu\text{s}$$

\*Maksimalna brzina signaliziranja bez ISI

$$V = \frac{1}{T} = 2f_c$$

$$V = 2 \cdot 500\text{kHz} = 1\text{Mb/s}$$



## Zadatak 2 (1)

\*Binarni signal dolazi na ulaz u konvertor binarnog u M-arni signal, na čijem izlazu se dobijaju pravougaoni impulsi veoma kratkog trajanja. Signali na izlazu konvertora mogu imati jednu od  $M=2^n$  vrednosti amplituda.

Signalizacioni interval binarnog signala iznosi  $T_B=1\mu s$ .

\*Dobijeni M-arni signal prenosi se kroz liniju veze koja se može predstaviti idealnim NF filtrom granične učestanosti  $f_c$ .

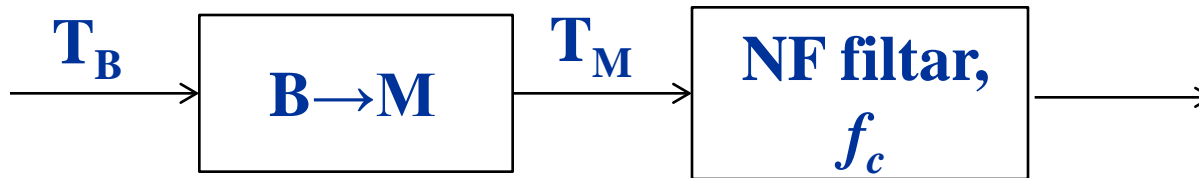
Odrediti minimalnu vrednost granične učestanosti filtra  $f_c$ , tako da se prenos signala vrši bez uticaja intersimbolske interferencije, za sledeće vrednosti

a)  $M=4$     b)  $M=8$     c)  $M=16$

Rešenje:



## Zadatak 2 (2)



a) U slučaju kada je broj amplituda M-arnog signala jednak  $M=4$ ,  $n=\log_2 M=\log_2 4=2$  susednih bita binarnog signala čiji je signalizacioni interval jednak  $T_B$  konvertuju se u M-arni signal čiji je signalizacioni interval jednak  $T_M=T_B \log_2 M=1 \mu s * \log_2 4=2 \mu s$ .

Brzina signaliziranja binarnog signala je  $V_B=1/T_B=1\text{Mb/s}$ , pa je na izlazu konvertora binarnog u M-arni signal, brzina signaliziranja M-arnog signala  $V_M=V_B/\log_2 M=(1\text{Mb/s})/2=500\text{kb/s}$ .

Da ne bi došlo do pojave intersimbolske interferencije pri prenosu signala granična vrednost NF filtra treba da zadovoljava

$$f_c = \frac{1}{2T_M} = \frac{V_M}{2}$$

← Brzina signaliziranja M-arnog signala

← Dužina signalizacionog intervala M-arnog signala

$$f_c = \frac{1}{2T_M} = \frac{1}{2T_B \log_2 M} = \frac{V_B}{2 \log_2 M} = 250\text{kHz}$$

## Zadatak 2 (3)

b) Za broj amplituda M-arnog signala jednak  $M=8$ ,  $n=\log_2 M=\log_2 8=3$  susedna bita binarnog signala čiji je signalizacioni interval jednak  $T_B$  konvertuju se u M-arni signal čiji je signalizacioni interval jednak  $T_M=T_B \log_2 M=1 \mu s * \log_2 8=3 \mu s$ .

Brzina signaliziranja binarnog signala je  $V_B=1/T_B=1\text{Mb/s}$ , pa je na izlazu konvertora binarnog u M-arni signal, brzina signaliziranja M-arnog signala  $V_M=V_B/\log_2 M=(1\text{Mb/s})/3=333.33\text{kb/s}$ .

Da ne bi došlo do pojave intersimbolske interferencije pri prenosu signala granična vrednost NF filtra treba da zadovoljava

$$f_c = \frac{1}{2T_M} = \frac{1}{2T_B \log_2 M} = \frac{V_B}{2 \log_2 M} = 166.66\text{kHz}$$

c) U slučaju kada je broj amplituda M-arnog signala jednak  $M=16$ ,  $n=\log_2 M=\log_2 16=4$  susedna bita binarnog signala čiji je signalizacioni interval jednak  $T_B$  konvertuju se u M-arni signal čiji je signalizacioni interval jednak  $T_M=T_B \log_2 M=1 \mu s * \log_2 16=4 \mu s$ .

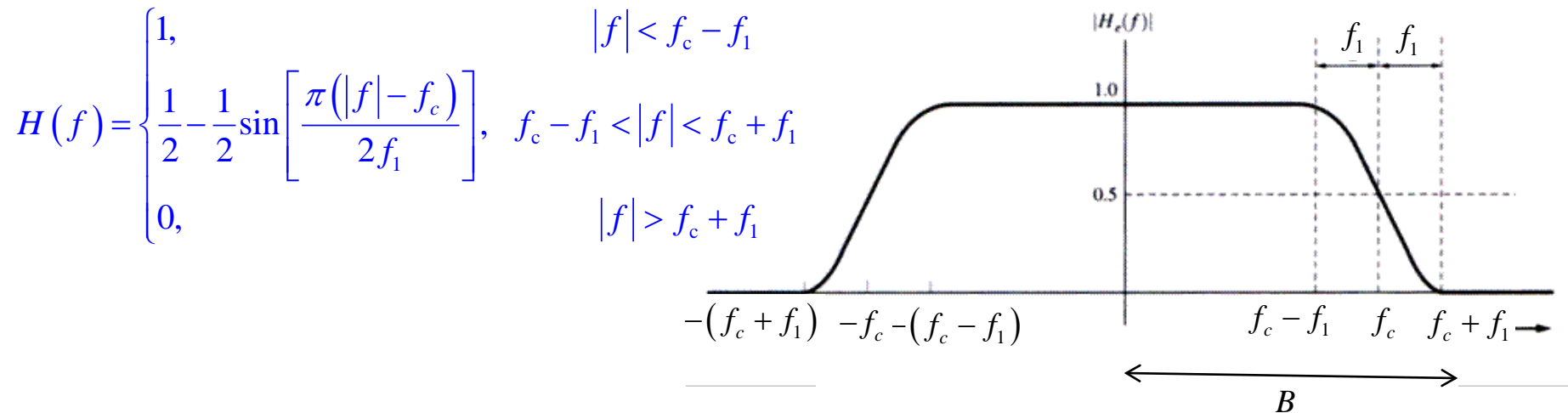
Brzina signaliziranja binarnog signala je  $V_B=1/T_B=1\text{Mb/s}$ , pa je na izlazu konvertora binarnog u M-arni signal, brzina signaliziranja M-arnog signala  $V_M=V_B/\log_2 M=(1\text{Mb/s})/4=250\text{kb/s}$ .

Da ne bi došlo do pojave intersimbolske interferencije pri prenosu signala granična vrednost NF filtra treba da zadovoljava

$$f_c = \frac{1}{2T_M} = \frac{1}{2T_B \log_2 M} = \frac{V_B}{2 \log_2 M} = 125\text{kHz}$$

# Zadatak 3 (1)

- \* Binarni signal  $u(t)$  predstavljen je korišćenjem pravougaonog impulsa vrlo kratkog trajanja, koji imaju jednu od dve moguće vrednosti amplitude. Signalizacioni interval binarnog signala iznosi  $T$ .
- \* Signal se prenosi linijom veze koja ima oblik NF filtra sa kosinusoidalnim zaobljenjem, čija funkcija prenosa je data sa

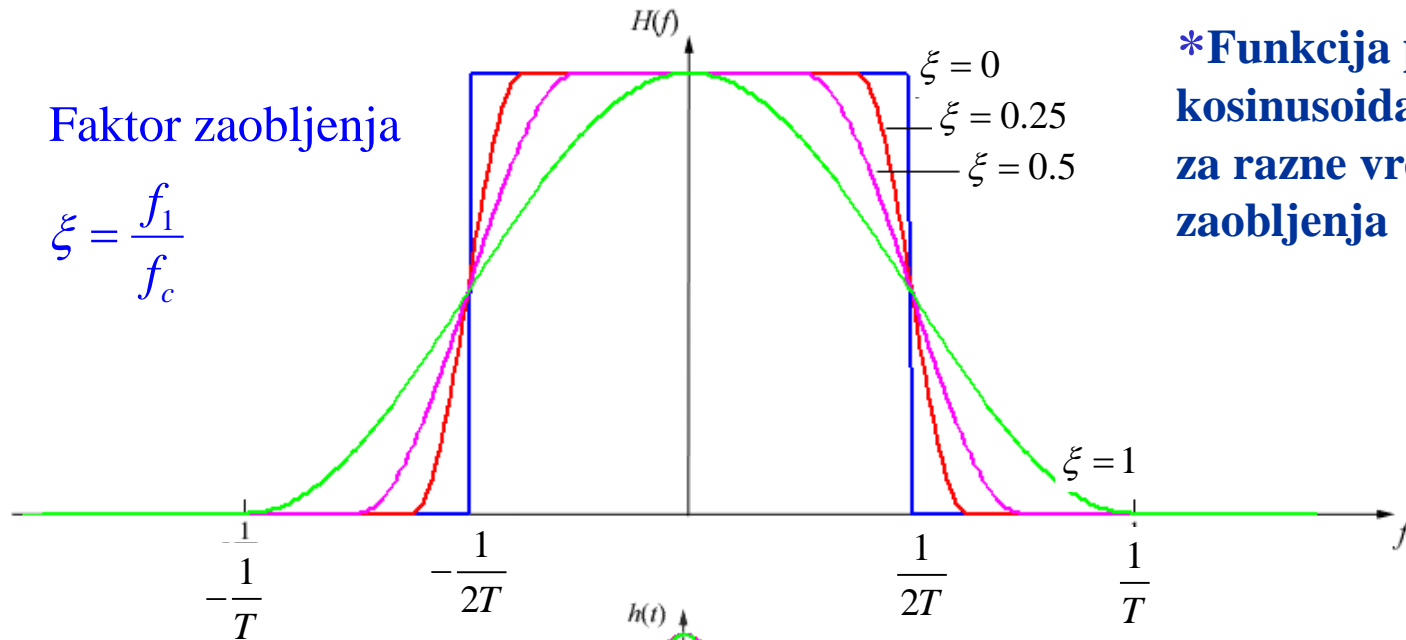


- \* Odrediti maksimalnu brzinu signaliziranja  $V$  pri prenosu signala kroz kanal opisanih karakteristika i potrebnu širinu propusnog opsega potrebnu za prenos signala za slučaj  $f_c = 1000\text{Hz}$ ,  $f_1 = 500\text{Hz}$ .

# Zadatak 3 (2)

Faktor zaobljenja

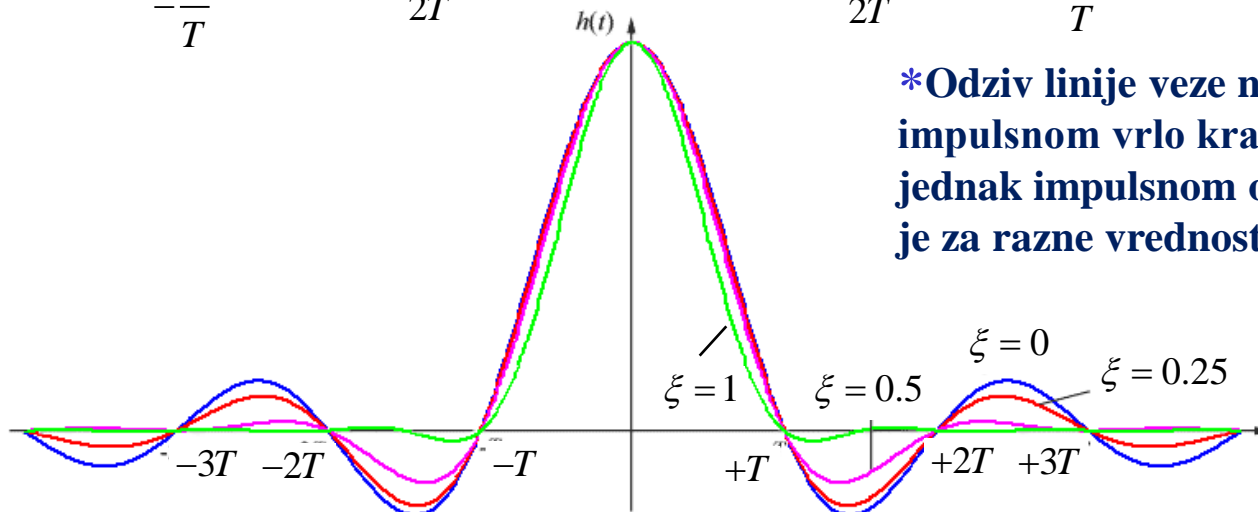
$$\xi = \frac{f_1}{f_c}$$



**\*Funkcija prenosa filtra sa kosinusoidalnim zaobljenjem, za razne vrednosti faktora zaobljenja  $\xi = 0, 0.25, 0.5, 1$**

**\*Odziv linije veze na pobudu pravougaonim impulsnom vrlo kratkog trajanja praktično je jednak impulsnom odzivu linije veze i prikazan je za razne vrednosti faktora zaobljenja**

$\xi = 0, 0.25, 0.5, 1$



# Zadatak 3 (3)

**\*Impulsni odziv NF filtra sa kosinusoidalnim zaobljenjem**

$$h(t) = F^{-1}[H(f)] = K \frac{1}{2f_c} \left( \frac{\sin 2\pi f_c t}{2\pi f_c t} \right) \left[ \frac{\cos 2\pi f_1 t}{1 - (4f_1 t)^2} \right]$$

Faktor zaobljenja (rolloff factor):  $\xi = \frac{f_1}{f_c} = \frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$

**\*Vrednost impulsnog odziva dostiže maksimum u t=0**

**\*Za sve vrednosti faktora zaobljenja prikazane na prethodnim slikama, vrednosti impulsnog odziva jednake su nuli u trenucima**

$$t_k = kT = k \frac{1}{2f_c}$$

**\*Za filter datih vrednosti  $f_c=1000\text{Hz}$ ,  $f_1=500\text{Hz}$ , minimalno trajanje signalizacionog intervala jednako je**

$$T = \frac{1}{2f_c} = \frac{1}{2000\text{Hz}} = 0.0005\text{s}$$

**Maksimalna brzina signaliziranja je**

$$V = 2f_c = 2000\text{b/s}$$

**Potrebna širina propusnog opsega**

$$B = f_1 + f_c = f_c(1 + \xi) = \frac{1}{2T}(1 + \xi) = \frac{V}{2}(1 + \xi)$$

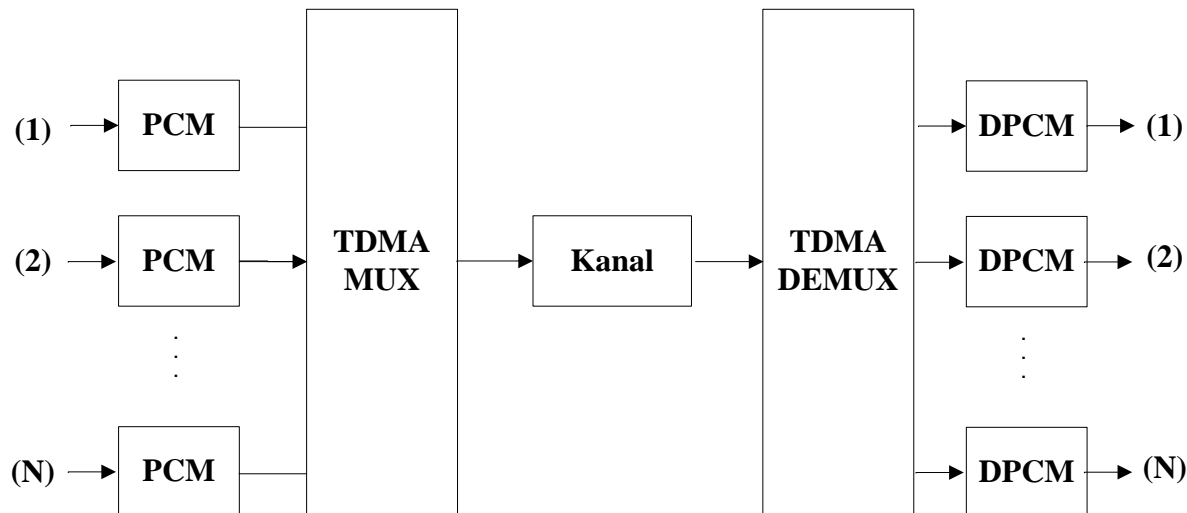
$$B = f_c + f_1 = 1000\text{kHz} + 500\text{kHz} = 1500\text{kHz}$$

# Zadatak 4 (1)

\*Ukupan broj od  $N=16$  nezavisnih signala prenosi se korišćenjem blok-šeme prikazane na slici. Maksimalna učestanost u spektru svakog signala je  $f_m=15\text{kHz}$ . U blokovima označenim sa PCM, obavlja se ravnomerna kvantizacija odbiraka ulaznih signala, sa  $q=512$  nivoa. Kvantizirani odbirci se predstavljaju impulsima veoma kratkog trajanja. U bloku TDMA/MUX vrši se vremensko multipleksiranje ulaznih impulsa. U prijemniku se izvršavaju inverzne operacije.

a) Odrediti protok digitalnog signala na ulazu u kanal.

b) Pod pretpostavkom da se kanal može predstaviti idealnim filtrom propusnikom niskih učestanosti, odrediti minimalnu širinu propusnog opsega kanala  $f_N$ , tako da pri prenosu dobijenog signala ne dolazi do pojave intersimbolske interferencije.



## Zadatak 4 (2)

a) Maksimalna učestanost u spektru svakog signala je  $f_m=15\text{kHz}$ , pa pod pretpostavkom da se odabiranje signala vrši minimalnom učestanošću određenom teoremom odabiranja, ona iznosi  $f_s=2f_m=30\text{kHz}$ .

Ravnomerna kvantizacija se obavlja sa  $q=2^n=512$  nivoa, što znači da se svaki odbirak sigala predstavlja korišćenjem  $n=\log_2 q=\log_2 512=9$  bita.

Protok binarnog signala na izlazu PCM koda u svakom od  $N$  kanala iznosi  $V_{\text{PCM}}=nf_s=9\cdot 30\text{kHz}=270\text{kb/s}$ .

Nakon vremenskog multipleksiranja  $N=16$  signala, protok multipleksnog signala na liniji veze biće  $V_{\text{MUX}}=NV_{\text{PCM}}=Nnf_s=16\cdot 9\cdot 30\text{kHz}=4320\text{kb/s}$ .

b) Po I Nyquist-ovom kriterijumu, ako na ulazu NF filtra granične učestanosti  $f_N$  imamo povorku impulsa kratkog trajanja, pri prenosu signala ne dolazi do pojave intersimbolske interferencije (ISI) ako je minimalno rastojanje između dva susedna impulsa  $T_{\min}=1/(2f_N)$ .

Za datu brzinu signaliziranja  $V_{\text{MUX}}=1/T_{\min}=2f_N$ , minimalna potrebna širina širina propusnog opsega je

$$f_N=V_{\text{MUX}}/2=2160\text{kHz}.$$

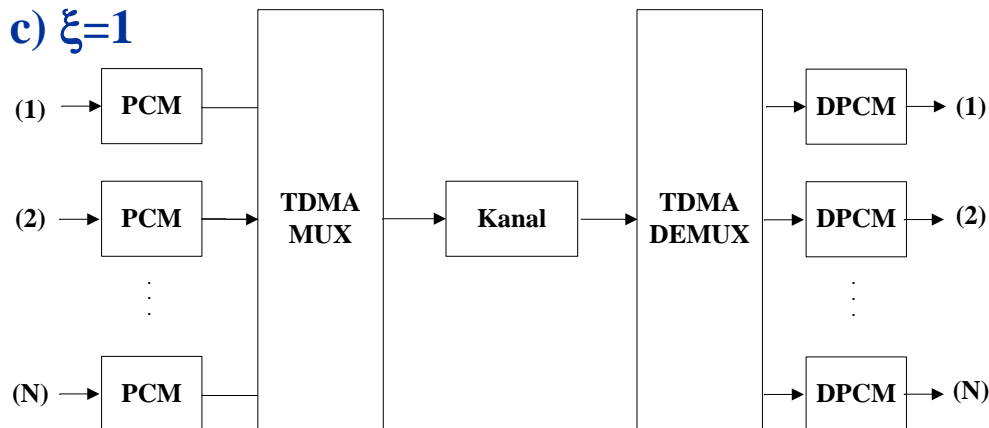
# Zadatak 5 (1)

\*Ukupan broj od  $N=10$  nezavisnih signala, maksimalne učestanosti u spektru jednake  $f_m$ , prenosi se korišćenjem blok-šeme prikazane na slici.

U blokovima označenim sa PCM, obavlja se ravnomerna kvantizacija odbiraka ulaznih signala, sa  $q=256$  nivoa i predstavljanje binarnim kodom. Izlazni odbirci se predstavljaju impulsima veoma kratkog trajanja. U bloku TDMA/MUX vrši se vremensko multipleksiranje ulaznih impulsa. U prijemniku se izvršavaju inverzne operacije. Pretpostavlja se da se kanal može predstaviti filtrom propusnikom niskih učestanosti sa kosinusoidalnim zaobljenjem.

Pod uslovom da pri prenosu multipleksnog signala ne dolazi do pojave intersimbolske interferencije i da je širina propusnog opsega za prenos  $B=1200\text{kHz}$ , odrediti maksimalnu učestanost u spektru ulaznih signala  $f_m$ , za sledeće slučajeve faktora zaobljenja

a)  $\xi=0$     b)  $\xi=0.5$     c)  $\xi=1$



## Zadatak 5 (2)

Maksimalna učestanost u spektru svakog signala je  $f_m$ , pa pod pretpostavkom da se odabiranje signala vrši minimalnom učestanošću, ona iznosi  $f_s=2f_m$ .

Ravnomerna kvantizacija se obavlja sa  $q=2^n=256$  nivoa, što znači da se svaki odbirak signala predstavlja korišćenjem  $n=\log_2 q=\log_2 256=8$  bita.

Protok binarnog signala na izlazu PCM koda u svakom od  $N$  kanala iznosi  $V_{PCM}=nf_s=2nf_m$ .

Nakon vremenskog multipleksiranja  $N=10$  signala, brzina signaliziranja multipleksnog signala na liniji veze biće  $V_{MUX}=NV_{PCM}=2nNf_m$ .

Da bi se signal prenosio bez dejstva intersimbolske interferencije kroz filter sa kosinusoidalnim zaobljenjem veza između trajanja signalizacionog intervala  $T_{MUX}$  i frekvencije  $f_c$  su

$$T_{MUX} = k \frac{1}{2f_c}, k = \pm 1, \pm 2, \dots$$

\*Maksimalna brzina signaliziranja je  $V_{MUX}=2f_c$

$$V_{MUX} = \frac{1}{T_{MUX}} = 2f_c$$

\*Kod filtra sa kosinusoidalnim zaobljenjem širina propusnog opsega je

$$B = f_1 + f_c = f_c(1+\xi) \Rightarrow f_c = \frac{B}{1+\xi}$$

## Zadatak 5 (3)

Potrebna širina propusnog opsega data je sa

$$2f_m nN = 2f_c = \frac{2B}{1+\xi} \Rightarrow f_m = \frac{B}{nN(1+\xi)}$$

a) Za  $\xi=0$  linija veze predstavlja idealni NF filter. Tada je ukupna potrebna širina opsega jednaka

$$f_m = \frac{B}{nN(1+\xi)} = \frac{1200}{8 \cdot 10 \cdot (1+0)} = 15 \text{kHz}$$

b) Za  $\xi=0.5$ , ukupna potrebna širina opsega jednaka je

$$f_m = \frac{B}{nN(1+\xi)} = \frac{1200}{8 \cdot 10 \cdot (1+0.5)} = 10 \text{kHz}$$

c) Za  $\xi=1$  linija veze odgovara karakteristici “podignuti kosinus” i ukupna potrebna širina opsega jednaka je

$$f_m = \frac{B}{nN(1+\xi)} = \frac{1200}{8 \cdot 10 \cdot (1+1)} = 7.5 \text{kHz}$$

# Literatura



- [1] Dukić M., *Principi telekomunikacija*, Akademska misao, 2008, Beograd.
- [2] Haykin S., *Communication Systems*, John Wiley & Sons, Inc., 1998, New York.
- [3] Dukić M., Marković G., Vujić D., *Principi telekomunikacija – Zbornik rešenih zadataka*, Akademska misao, 2009, Beograd.
- [4] Praktikum za laboratorijske vežbe.