



# PRINCIPI MODERNIH TELEKOMUNIKACIJA (SI2PMT)

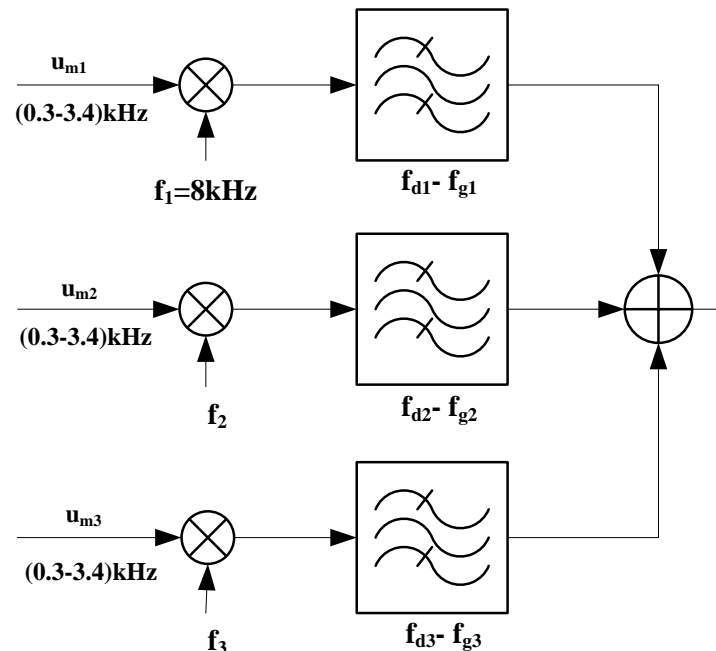
*Elektrotehnički fakultet  
Katedra za telekomunikacije  
Beograd, 2011/2012.*

# Zadatak 1 - Frekvencijski multipleks

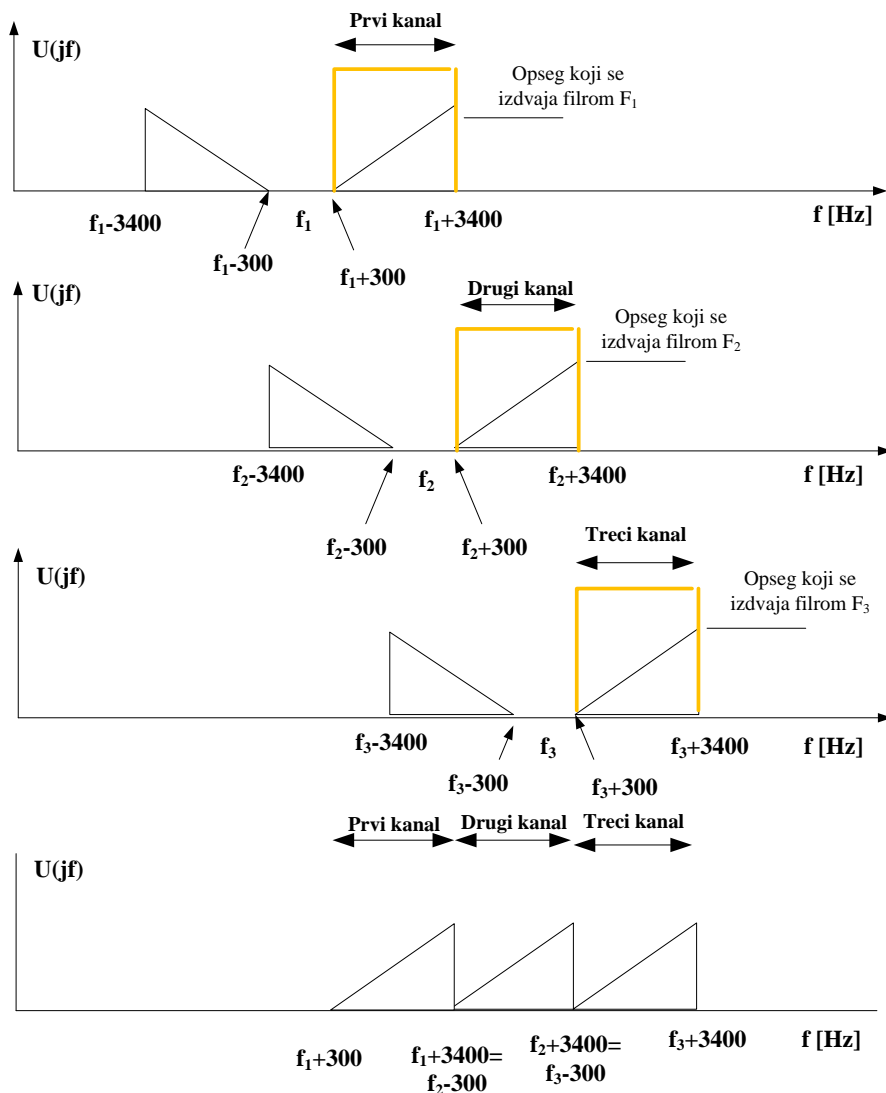
\*Na slici je prikazan trokanalni telefonski multipleks sa frekvencijskom raspodelom kanala (FDM). Ako se filtrima propusnicima opsega učestanosti propuštaju gornji bočni opsezi signala na izlazima produktnih modulatora, odrediti granične učestanosti tih filtara ( $f_{di}, f_{gi}$  za  $i=1,2,3$ ). Odrediti minimalne vrednosti učestanosti nosioca na drugom i trećem kanalu za slučaj

a) kada se ne koristi zaštitni interval između pojedinih kanala FDM-a.

b) kada se između pojedinih kanala FDM-a, koristi zaštitni interval širine  $f_z=700\text{Hz}$ .



# Zadatak 1 - Frekvencijski multipleks, slučaj bez zaštitnog opsega



## Prvi kanal:

Učestanost nosioca  $f_1 = 8\text{kHz}$ , donja granična učestanost filtra  $F_1$  je  $f_{d1} = f_1 + 0.3\text{kHz} = 8.3\text{kHz}$ , gornja granična učestanost  $f_{g1} = f_1 + 3.4\text{kHz} = 11.4\text{kHz}$

## Drugi kanal:

Donja gr. frekvencija filtra  $F_2$  mora da bude veća ili jednaka gornjoj graničnoj učestanosti filtra  $F_1$ , pa je minimalna vrednost  $f_{d2\min} = f_{g1} = f_1 + 3.4\text{kHz} = 11.4\text{kHz}$ . Kako je  $f_{d2\min} = f_{2\min} + 0.3\text{kHz} = 11.4\text{kHz}$ , minimalna frekvencija drugog nosioca je  $f_{2\min} = 11.4\text{kHz} - 0.3\text{kHz} = 11.1\text{kHz}$

Minimalna gornja gr. frekvencija filtra  $F_2$

$$f_{g2\min} = f_{2\min} + 3.4\text{kHz} = 11.1\text{kHz} + 3.4\text{kHz} = 14.5\text{kHz}$$

## Treći kanal:

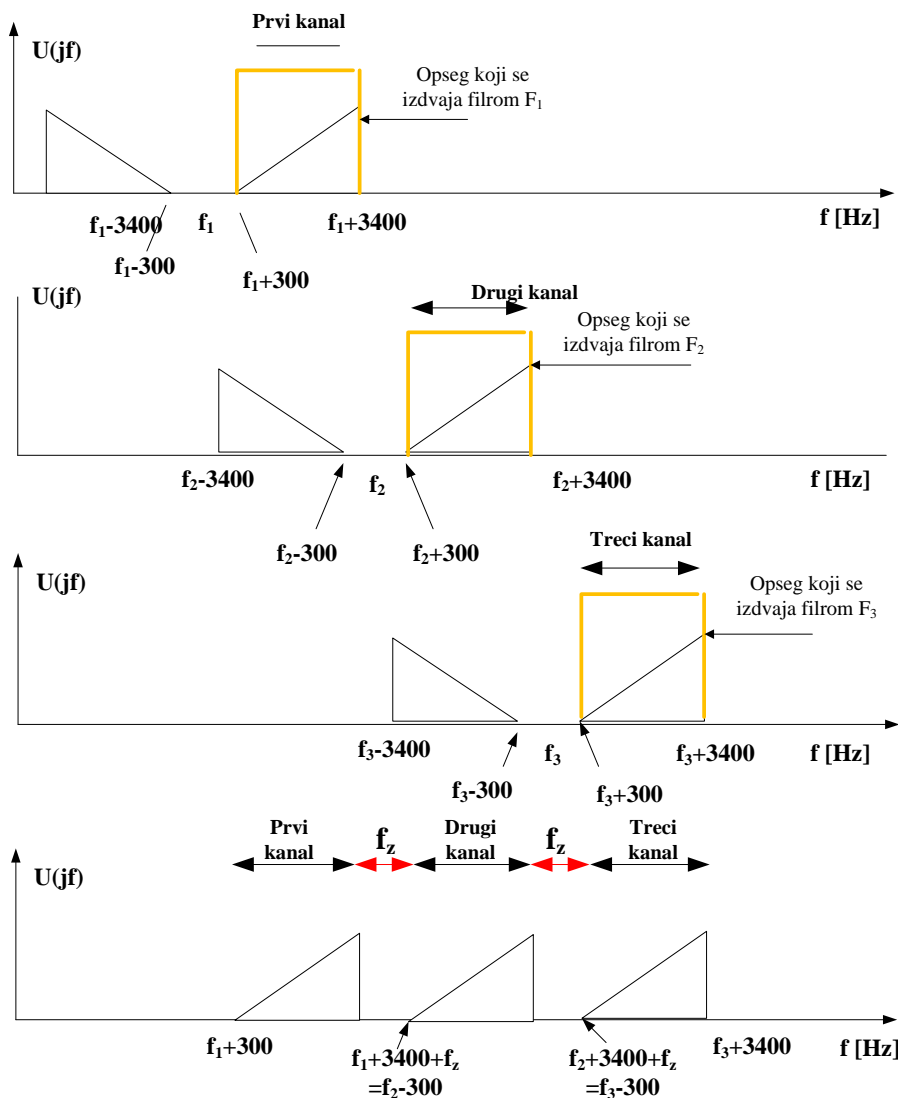
Donja gr. frekvencija filtra  $F_3$  mora da bude veća ili jednaka gornjoj graničnoj učestanosti filtra  $F_2$ , pa je minimalna vrednost  $f_{d3\min} = f_{g2\min} = 14.5\text{kHz}$ .

Kako je  $f_{d3\min} = f_{3\min} + 0.3\text{kHz} = 14.5\text{kHz}$ , minimalna frekvencija trećeg nosioca je  $f_{3\min} = 14.5\text{kHz} - 0.3\text{kHz} = 14.2\text{kHz}$

Minimalna gornja gr. frekvencija filtra  $F_3$

$$f_{g3\min} = f_{3\min} + 3.4\text{kHz} = 14.2\text{kHz} + 3.4\text{kHz} = 17.6\text{kHz}$$

# Zadatak 1 - Frekvencijski multipleks, korišćenje zaštitnog opsega



## Prvi kanal:

$$f_1 = 8\text{kHz}, f_{d1} = f_1 + 0.3\text{kHz} = 8.3\text{kHz},$$

$$f_{g1} = f_1 + 3.4\text{kHz} = 11.4\text{kHz}$$

## Drugi kanal:

Donja gr. frekvencija filtra  $F_2$  mora da bude veća ili jednaka gornjoj graničnoj učestanosti filtra  $F_1$ , plus širina zaštitnog opsega  $f_z = 0.7\text{kHz}$ , pa je minimalna vrednost

$$f_{d2\min} = f_{g1} + f_z = 11.4\text{kHz} + 0.7\text{kHz} = 12.1\text{kHz}.$$

Kako je  $f_{d2\min} = f_{2\min} + 0.3\text{kHz} = 12.1\text{kHz}$ , minimalna frekvencija drugog nosioca je

$$f_{2\min} = 12.1\text{kHz} - 0.3\text{kHz} = 11.8\text{kHz}$$

Minimalna gornja gr. frekvencija filtra  $F_2$

$$f_{g2\min} = f_{2\min} + 3.4\text{kHz} = 11.8\text{kHz} + 3.4\text{kHz} = 15.2\text{kHz}$$

## Treći kanal:

Donja gr. frekvencija filtra  $F_3$  mora da bude veća ili jednaka gornjoj graničnoj učestanosti filtra  $F_2$ , plus širina zaštitnog opsega  $f_z = 0.7\text{kHz}$ , pa je minimalna vrednost

$$f_{d3\min} = f_{g2\min} + f_z = 15.2\text{kHz} + 0.7\text{kHz} = 15.9\text{kHz}$$

Kako je  $f_{d3\min} = f_{3\min} + 0.3\text{kHz} = 15.9\text{kHz}$ , minimalna frekvencija trećeg nosioca je

$$f_{3\min} = 15.9\text{kHz} - 0.3\text{kHz} = 15.6\text{kHz}$$

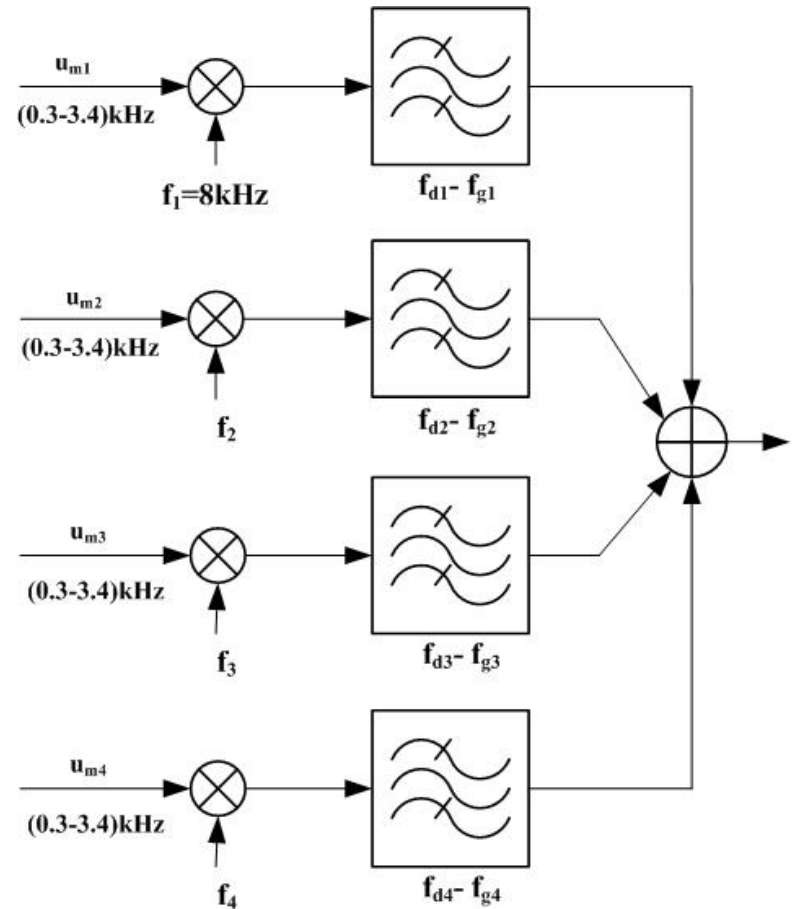
Minimalna gornja gr. frekvencija filtra  $F_3$

$$f_{g3\min} = f_{3\min} + 3.4\text{kHz} = 15.6\text{kHz} + 3.4\text{kHz} = 19.0\text{kHz}$$

## Zadatak 2 – Frekvencijski multipleks, dva bočna opsega

Na Slici je prikazan četvorokanalni telefonski multipleks sa frekvencijskom raspodelom kanala (FDM). Ako se filtrima propusnicima opsega učestanosti propuštaju gornji i donji bočni opsezi signala na izlazima produktnih modulatora:

- Odrediti granične učestanosti tih filtara ( $f_{di}, f_{gi}$  za  $i=1,2,3,4$ ).
  - Odrediti minimalne vrednosti učestanosti nosioca na drugom, trećem i četvrtom kanalu (slučaj kada se ne koristi zaštitni interval između pojedinih kanala FDM-a).
- Skicirati spektar signala na ulazu u liniju veze.

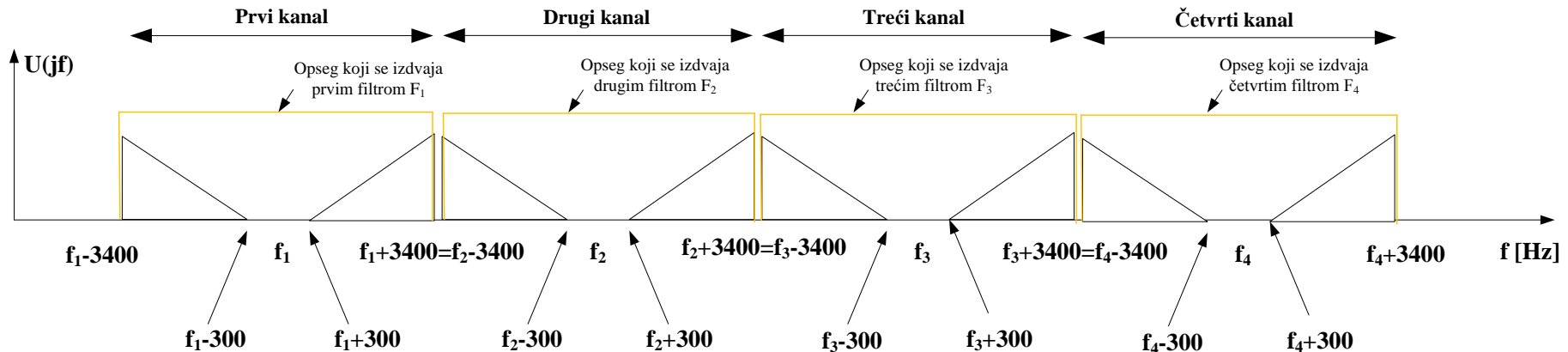


## Zadatak 2 – Frekvencijski multipleks, dva bočna opsega (2)

**Rešenje:** U pitanju je AM2BO postupak kod koga se prenosi i gornji i donji bočni opseg, pa se za datu učestanost nosioca  $f_0$  modulisani signal uvek nalazi u GBO od  $f_0+0.3\text{kHz}$  do  $f_0+3.4\text{kHz}$ , a u DBO od  $f_0-3.4\text{kHz}$  do  $f_0-0.3\text{kHz}$ . Kako se granične učestanosti filtra upravo biraju da propuste samo koristan (modulisani) signal, a signal nosioca na prvom kanalu ima učestanost  $f_1=8\text{kHz}$ , granične učestanosti prvog filtra iznose  $f_{d1}=f_1-3.4\text{kHz}=4.6\text{kHz}$  i  $f_{g1}=f_1+3.4\text{kHz}=11.4\text{kHz}$ .

U drugom kanalu modulisani signal se nalazi u opsegu od  $f_{d2}=f_2-3.4\text{kHz}$  do  $f_{g2}=f_2+3.4\text{kHz}$ . Da se spektar ovog signala ne bi preklopio sa signalom u prvom kanalu, treba izabrati  $f_{d2} \geq f_{g1}$  pa je minimalna vrednost za učestanost nosioca u drugom kanalu  $f_2=f_{d2}+3.4\text{kHz}=11.4+3.4=14.8\text{kHz}$ .

Gornja granična učestanost filtra u drugom kanalu tada je  $f_{g2}=f_2+3.4\text{kHz}=18.2\text{kHz}$ .



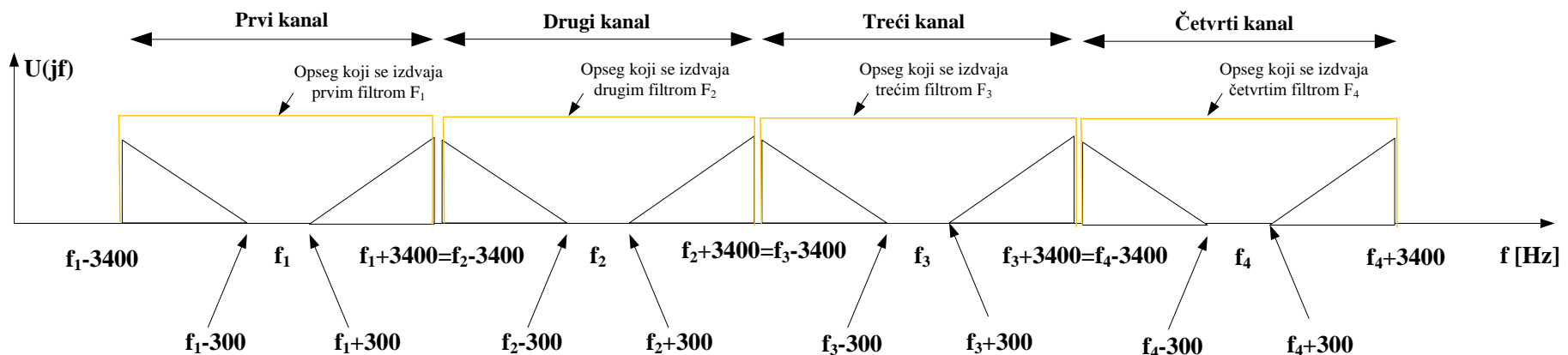
## Zadatak 2 – Frekvencijski multipleks, dva bočna opsega (3)

U trećem kanalu modulirani signal se nalazi u opsegu od  $f_{d3}=f_3-3.4\text{kHz}$  do  $f_{g3}=f_3+3.4\text{kHz}$ . Da se spektar ovog signala ne bi preklopio sa signalom u trećem kanalu, treba izabrati  $f_{d3}\geq f_{g2}$  pa je minimalna vrednost za učestanost nosioca u trećem, kanalu  $f_3=f_{d3}+3.4\text{kHz}=18.2+3.4=21.6\text{kHz}$ .

Gornja granična učestanost filtra u trećem kanalu tada je  $f_{g3}=f_3+3.4\text{kHz}=25.0\text{kHz}$ .

U četvrtom kanalu signal se nalazi u opsegu od  $f_{d4}=f_4-3.4\text{kHz}$  do  $f_{g4}=f_4+3.4\text{kHz}$ .

Da se spektar ovog signala ne bi preklopio sa signalom u prvom kanalu, treba izabrati  $f_{d4}\geq f_{g3}$ , pa je minimalna vrednost za učestanost nosioca u četvrtom kanalu  $f_4=f_{d4}+3.4\text{kHz}=25.0+3.4=28.4\text{kHz}$ . Gornja granična učestanost filtra u četvrtom kanalu tada je  $f_{g4}=f_4+3.4\text{kHz}=28.4+3.4=31.8\text{kHz}$ .



# Zadatak: AM2BO modulacija (1)

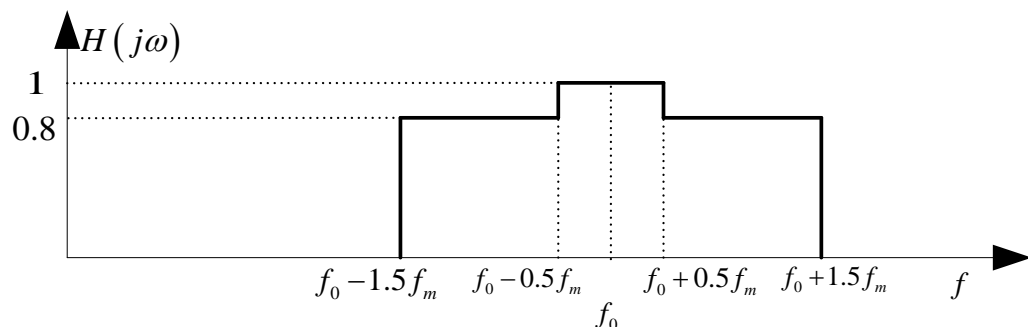
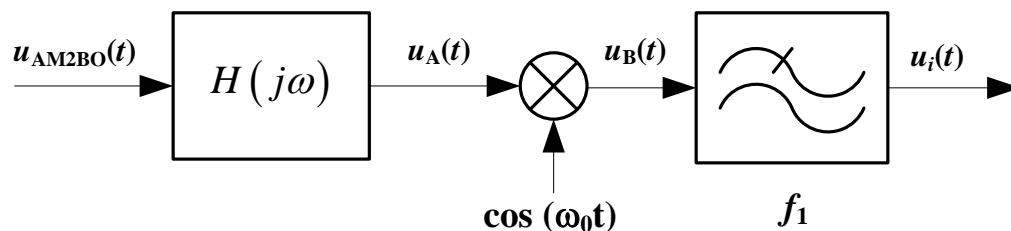
\*AM2BO signal čija je srednja snaga  $P_{AM2BO}=1W$  dolazi na ulaz u prijemnik čija je blok šema prikazana na slici. Modulišući signal je prostoperiodični signal frekvencije  $f_m$ .

Frekvencija nosioca je  $f_0$  ( $f_0 \gg f_m$ ).

Funkcija prenosa filtra na ulazu u prijemnik je prikazana na slici. Karakteristika prenosa izlaznog NF filtra je idealna, a granična frekvencija  $f_1=1.2f_m$ .

Blok šema AM2BO demodulatora

$$|H_{NF}(jf)| = \begin{cases} 1, & f_g \leq 1.2f_m \\ 0, & f_g > 1.2f_m \end{cases}$$



Funkcija prenosa  
prijemnog filtra

# AM2BO modulacija – rešenje (2)

**\*Kako je modulišući signal prostoperiodičan signal frekvencije jednake  $f_m$ , AM2BO modulisan signal može da se napiše u sledećem obliku**

$$u_{AM2BO}(t) = U_m \cos(\omega_m t) \cdot U_0 \cos(\omega_0 t) = \frac{U_m U_0}{2} \cos((\omega_0 - \omega_m)t) + \frac{U_m U_0}{2} \cos((\omega_0 + \omega_m)t)$$

$$u_{AM2BO}(t) = U \cos((\omega_0 - \omega_m)t) + U \cos((\omega_0 + \omega_m)t), \quad U = U_m U_0 / 2$$

**Snaga ovog signala (na jediničnom otporniku) iznosi**  $P_{AM2BO} = \frac{U^2}{2} + \frac{U^2}{2} = U^2 = 1$

**Po uslovu zadatka, snaga AM2BO signala  $P_{AM2BO}=1W$ , pa sledi da je amplituda  $U=1V$ .**

**Funkcija prenosa filtra na učestanosti donje komponente je**  $|H(j(\omega_0 - \omega_m))| = 0.8$

**Funkcija prenosa filtra na učestanosti gornje komponente je**  $|H(j(\omega_0 + \omega_m))| = 0.8$

**Dakle, nakon prolaska kroz filter propusnik opsega učestanosti na ulazu prijemnika, prijemni signal ima oblik**

$$u_A(t) = U |H(j(\omega_0 - \omega_m))| \cos((\omega_0 - \omega_m)t) + U |H(j(\omega_0 + \omega_m))| \cos((\omega_0 + \omega_m)t)$$

$$u_A(t) = 0.8 \cos((\omega_0 - \omega_m)t) + 0.8 \cos((\omega_0 + \omega_m)t)$$

# AM2BO modulacija – rešenje (3)

**\* Nakon množenja sa lokalno generisanim nosiocem u prijemniku, kosinusoidalnim signalom učestanosti  $f_0$ , signal u tački B je jednak**

$$u_B(t) = \left[ 0.8 \cos((\omega_0 - \omega_m)t) + 0.8 \cos((\omega_0 + \omega_m)t) \right] \cos(\omega_0 t) =$$

$$u_B(t) = 0.4 \cos((2\omega_0 - \omega_m)t) + 0.4 \cos(\omega_m t) + 0.4 \cos((2\omega_0 + \omega_m)t) + 0.4 \cos(\omega_m t)$$

$$u_B(t) = 0.8 \cos(\omega_m t) + 0.4 \cos((2\omega_0 - \omega_m)t) + 0.4 \cos((2\omega_0 + \omega_m)t)$$

**Kako je  $\omega_0 = 2\pi f_0$  i  $\omega_m = 2\pi f_m$ , prethodna jednačina može da se napiše i na sledeći način**

$$u_B(t) = 0.8 \cos(2\pi f_m t) + 0.4 \cos(2\pi(2f_0 - f_m)t) + 0.4 \cos(2\pi(2f_0 + f_m)t)$$

**Komponente na učestanostima  $(2f_0 - f_m)$  i  $(2f_0 + f_m)$  ne prolaze kroz idealni NF filter koji propušta samo signale na frekvencijama nižim od  $f_1 = 1.2f_m$ , pa je izlazni signal**

$$u_i(t) = 0.8 \cos(\omega_m t)$$

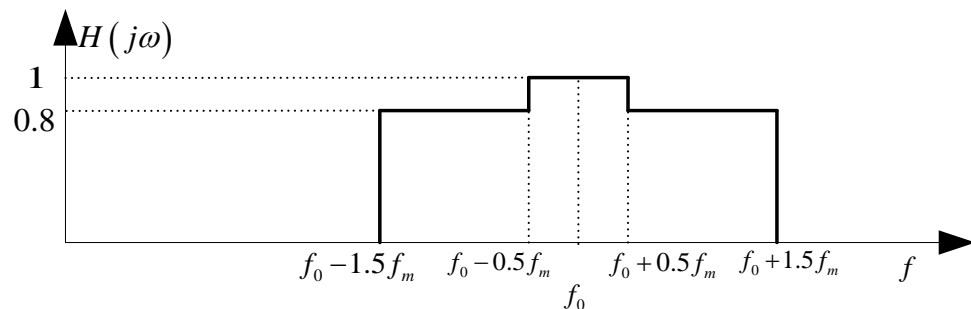
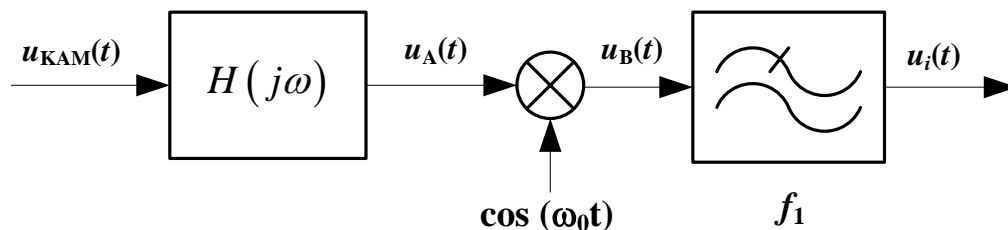
**\* Snaga demodulisanog signala na izlazu NF filtra je  
(na jediničnom otporniku)**

$$P_i = \frac{(0.8)^2}{2} = 0.32W$$

# Zadatak: KAM modulacija (1)

\*KAM signal čija je srednja snaga  $P=10\text{W}$  dolazi na ulaz u prijemnik čija je blok šema prikazana na slici. Modulišući signal je prostoperiodični signal frekvencije  $f_m$ . Stepen modulacije iznosi  $m_0=0.2$ . Frekvencija nosioca je  $f_0$ . Funkcija prenosa filtra na ulazu u prijemnik je prikazana na slici. Granična frekvencija NF filtra je  $f_1=1.2f_m$ . Smatrati da je karakteristika prenosa izlaznog NF filtra idealna.

Blok šema KAM demodulatora



Funkcija prenosa  
prijemnog filtra

# KAM modulacija – rešenje (2)

Modulišući signal je prostoperiodičan frekvencije  $f_m$ , pa KAM signal može da se napiše u obliku

$$u_{KAM}(t) = U_0 [1 + m_0 m(t)] \cos(\omega_0 t) = U_0 [1 + m_0 \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_0 t)$$

$$u_{KAM}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{U_0 m_0}{2} \cos((\omega_0 - \omega_m)t) + \frac{U_0 m_0}{2} \cos((\omega_0 + \omega_m)t)$$

Snaga nosioca

$$P_0 = \frac{U_0^2}{2}$$

Snaga sadržana u jednom  
bočnom opsegu

$$P_{BO} = \frac{1}{2} \left( \frac{m_0 U_0}{2} \right)^2 = P_0 \frac{m_0^2}{4}$$

Snaga KAM signala

$$P_{KAM} = P_0 + 2P_{BO} = \frac{1}{2} U_0^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{m_0 U_0}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{m_0 U_0}{2} \right)^2 = \frac{U_0^2}{2} \left( 1 + \frac{m_0^2}{2} \right)$$

Sledi da je amplituda

$$U_0 = \sqrt{2P_{KAM} / \left( 1 + \frac{m_0^2}{2} \right)} = \sqrt{2 \cdot 10 / \left( 1 + \frac{0.04}{2} \right)} = 4.428$$

Funkcija prenosa filtra na učestanosti nosioca

$$|H(j\omega_0)| = 1$$

Funkcija prenosa filtra na učestanosti gornje i  
donje bočne komponente iznosi

$$|H(j(\omega_0 - \omega_m))| = |H(j(\omega_0 + \omega_m))| = 0.8$$

# KAM modulacija – rešenje (3)

Dakle, nakon prolaska kroz filter propusnik opsega učestanosti na ulazu prijemnika, prijemni signal ima oblik

$$u_A(t) = U_0 \left| H(j(\omega_0)) \right| \cos(\omega_0 t) + \frac{U_0 m_0}{2} \left| H(j(\omega_0 - \omega_m)) \right| \cos((\omega_0 - \omega_m)t) + \frac{U_0 m_0}{2} \left| H(j(\omega_0 + \omega_m)) \right| \cos((\omega_0 + \omega_m)t)$$

$$u_A(t) = U_0 \cos(\omega_0 t) + 0.08 \cos((\omega_0 - \omega_m)t) + 0.08 \cos((\omega_0 + \omega_m)t)$$

Nakon množenja sa kosinusoidalnim signalom učestanosti  $f_0$ , signal je jednak

$$u_B(t) = u_A(t) \cos(\omega_f t) =$$

$$u_B(t) = \left[ U_0 \cos(\omega_0 t) + 0.08 U_0 \cos((\omega_0 - \omega_m)t) + 0.08 U_0 \cos((\omega_0 + \omega_m)t) \right] \cos(\omega_f t) =$$

$$u_B(t) = 0.5 U_0 + 0.5 \cos(2\omega_0 t) + 0.04 U_0 \cos((2\omega_0 - \omega_m)t) + 0.04 U_0 \cos(\omega_m t) + 0.04 U_0 \cos((2\omega_0 + \omega_m)t) + 0.04 U_0 \cos(\omega_m t)$$

Na izlazu idealnog NF filtra granične frekvencije  $f_1 = 1.2 f_m$  nalaze se samo komponente čije su učestanosti manje od granične učestanosti filtra, odnosno

$$u_i(t) = 0.08 U_0 \cos(\omega_m t)$$

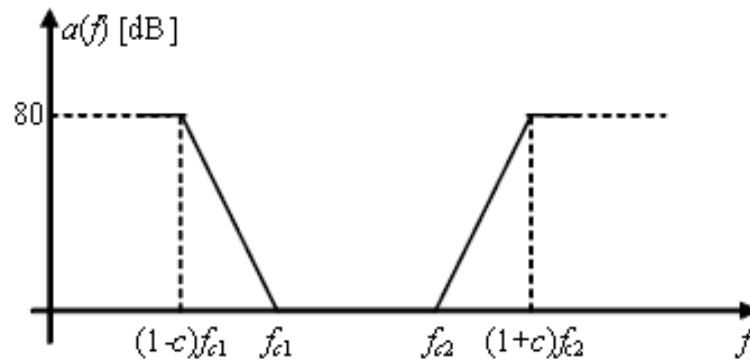
Snaga signala na izlazu  
idealnog NF filtra  
(na jediničnom otporniku) je

$$P_i = \frac{(0.08 U_0)^2}{2} = 0.0627 W$$

# Zadatak: AM1BO modulator (1)

\*Na ulaz predajnika AM1BO signala dovodi se govorni signal čiji spektar zauzima opseg učestanosti od 300Hz do 4000Hz. Zahteva se da spektar modulisanog signala na izlazu predajnika zauzima opseg učestanosti od 50.3kHz do 54kHz (prenesen gornji bočni opseg). Za dobijanje AM-1BO signala na raspolaganju su jedan produktni modulator i filter propusnik opsega učestanosti. Karakteristika slabljenja filtra data je na Slici.

- Nacrtati blok šemu predajnika i prijemnika sa svim karakterističnim vrednostima frekvencija.
- Odrediti maksimalnu vrednost konstante  $c$  sa slike, tako da sve komponente iz potisnutog donjeg bočnog opsega budu oslabljene više od 80dB.
- Odrediti maksimalnu vrednost konstante  $c$  sa slike, tako da sve komponente iz potisnutog donjeg bočnog opsega budu oslabljene više od 60dB.



Karakteristika slabljenja filtra

# AM1BO modulator – rešenje (2)

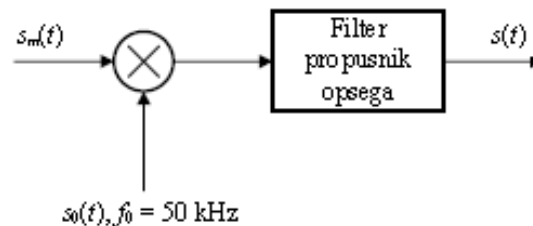
a) Na slici je prikazan postupak dobijanja AM1BO signala. Na raspolaganju su produktni modulator i filter propusnik opsega učestanosti, pa je potrebno primeniti postupak dobijanja AM1BO signala potiskivanjem jednog bočnog opsega

\*Signal govora zauzima opseg učestanosti od  $f_1=300\text{Hz}$  do  $f_2=4000\text{Hz}$ .

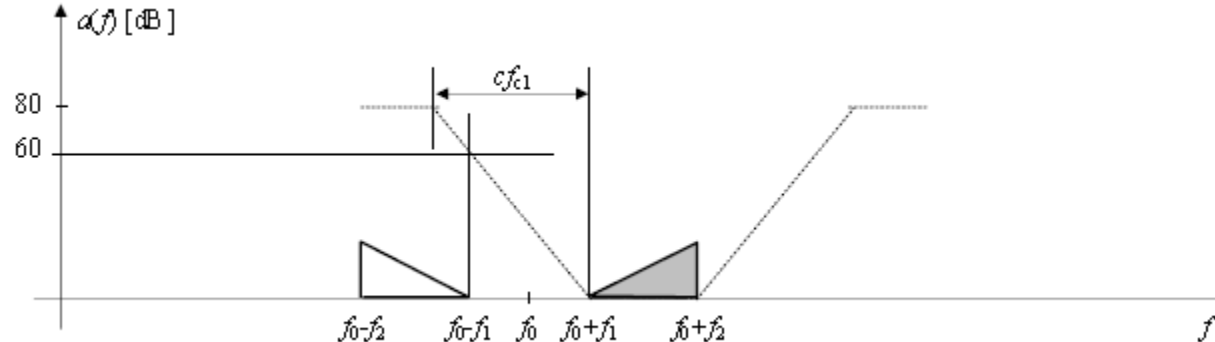
\*Nakon produktne modulacije (množenjem sa sinusoidalnim signalom frekvencije  $f_0$ ), dobijeni signal je AM2BO signal. Donji bočni opseg zauzima opseg učestanosti od  $f_0-f_2$  do  $f_0-f_1$ . Gornji bočni opseg (BO) zauzima opseg učestanosti od  $f_0+f_2$  do  $f_0+f_1$ . Da bismo dobili AM1BO signal, potrebno je da filtrom propusnikom opsega učestanosti potisnemo (oslabimo) jedan BO – u zadatku gornji BO.

\* Deo filtra gde karakteristika slabljenja iznosi  $a[\text{dB}]=0$ , predstavlja deo opsega gde nema slabljenja signala ( $a[\text{dB}]=10\log_{10}(A)=0$ , pa znači da je apsolutno slabljenje  $A=1$ , odnosno nema slabljenja i signal u tom opsegu prolazi bez promena amplitude).

\*Da bi filter propusnik opsega učestanosti propustio gornji bočni opseg potrebno je da donja granična učestanost filtra bude  $f_{c1}=f_0+f_1= 50.3\text{kHz}$ , a gornja granična učestanost filtra bude  $f_{c2}=f_0+f_2 = 53.4\text{kHz}$ .



# AM1BO modulator – rešenje (3)



b) Po uslovu zadatka, na frekvenciji  $f_0-f_1$  (najviša i najkritičnija frekvencija donjeg bočnog opsega, koja je udaljena od najniže frekvencije gornjeg bočnog opsega  $2f_1$  i udaljena za  $cf_{c1}$  od dela gde je slabljenje filtra jednako nuli) zahteva se maksimalno slabljenje filtra jednako 80dB pa mora da važi

$$2f_1 \geq c(f_0 + f_1) = cf_{c1} \Rightarrow 2 \cdot 0.3kHz \geq c \cdot 50.3kHz \Rightarrow c \leq \frac{2 \cdot 0.3kHz}{50.3kHz} = 0.012$$

\*Slabljenje filtra je  $a[dB]=0$  u opsegu od  $f_0+f_1=f_{c1}=50.3kHz$  do  $f_0+f_2=f_{c2}=53.4kHz$ . Za frekvencije niže od  $f_0+f_1$  slabljenje filtra linearno raste ka nižim frekvencijama do maksimalne slabljenja jednakog 80dB. Sve komponente koje se nalaze na frekvencijama nižim od  $f_{c1}-cf_{c1}=(1-c)f_{c1}$  oslabljene su 80dB.

c) Po uslovu zadatka, na frekvenciji  $f_0-f_1$  (najviša i najkritičnija frekvencija DBO, koja je udaljena od najniže frekvencije GBO  $2f_1$  i udaljena za  $cf_{c1}$  od dela gde je slabljenje filtra jednako nuli i linearno raste ka nižim frekvencijama) zahteva se slabljenje jednako 60dB pa mora da važi

$$2f_1 \geq \frac{60}{80}c(f_0 + f_1) = \frac{3}{4}cf_{c1} \Rightarrow 2 \cdot 0.3kHz \geq \frac{3}{4}c \cdot 50.3kHz \Rightarrow c \leq \frac{4}{3} \frac{2 \cdot 0.3kHz}{50.3kHz} = 0.016$$

# FM signal

\*Modulišući signal  $u_m(t)$  dolazi na ulaz u FM modulator, čija konstanta iznosi 2kHz/V. Maksimalna učestanost u spektru modulisanog signala iznosi 10kHz, a maksimalna amplituda signala je 3V.

- a) Odrediti koliko iznosi maksimalna devijacija učestanosti nosioca
- b) Odrediti indeks modulacije
- c) Odrediti širinu spektra koju zauzimaju značajne komponente FM signala.

a) Konstanta FM modulatora  $k_f=2\text{kHz/V}$ , a maksimalna amplituda modulišućeg signala iznosi  $U_m=3\text{V}$ , pa je maksimalna devijacija učestanosti nosioca jednaka

$$\Delta f_0 = k_f U_m = 2\text{kHz/V} \cdot 3\text{V} = 6\text{kHz}$$

b) Indeks modulacije  $m = \Delta f_0 / f_m = 6\text{kHz} / 10\text{kHz} = 0.6$

\*Po Karsonovom obrascu širina spektra koju zauzimaju značajne komponente FM signala iznosi

$$B_{FM} = 2(\Delta f_0 + f_m) = 2(\Delta f_0 / f_m + 1) f_m = 2(m + 1) f_m$$

$$B_{FM} = 2(6\text{kHz} + 10\text{kHz}) = 32\text{kHz}$$