



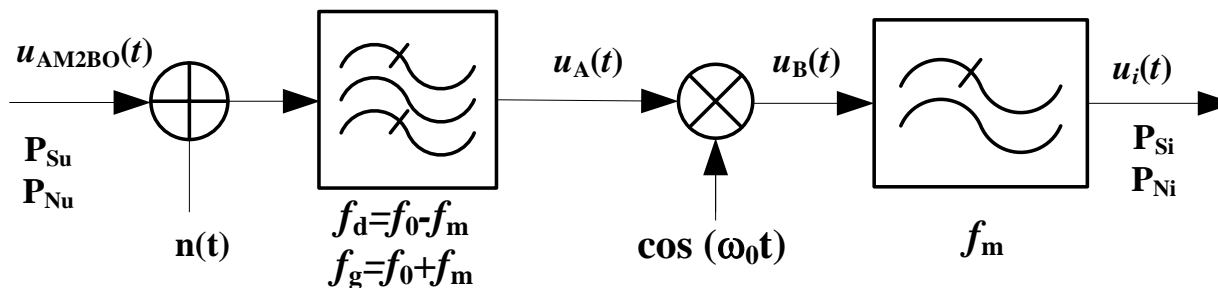
PRINCIPI MODERNIH TELEKOMUNIKACIJA (SI2PMT)

*Elektrotehnički fakultet
Katedra za telekomunikacije
Beograd, 2011/2012.*

Zadatak 1: SNR kod AM2BO signala

*Srednja snaga predajnika AM2BO signala (Tx) iznosi $P_T=100\text{W}$. Maksimalna učestanost modulišućeg signala je $f_m=10\text{kHz}$, a učestanost nosioca je $f_0=10\text{MHz}$.

*Slabljenje linije veze od predajnika do prijemnika iznosi $a=70\text{dB}$. Jednostrana spektralna gustina srednje snage šuma na ulazu prijemnika iznosi $p_N=5 \cdot 10^{-12} \text{ [W/Hz]}$.
Odrediti izraz za odnos S/N na izlazu sinhronog prijemnika AM2BO signala.



Odnos snage signala i snage šuma na izlazu iz sinhronog AM2BO prijemnika dva puta je veća od odnosa snage signala i šuma na ulazu u prijemnik

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = 2 \frac{P_{Su}}{P_{Nu}} = 2 \left(\frac{S}{N}\right)_u$$

P_{su} snaga korisnog signala na ulazu u prijemnik, P_{nu} snaga šuma na ulazu u prijemnik
 P_{si} snaga korisnog signala na izlazu iz prijemnika, P_{ni} snaga šuma na izlazu iz prijemnika

Zadatak 1: SNR kod AM2BO signala (2)

Srednja snaga signala na izlazu iz predajnika iznosi $P_T=100\text{W}$. Kako slabljenje linije veze od predajnika do prijemnika iznosi $a=70\text{dB}$, važi

$$a[\text{dB}] = 10 \log_{10} (P_T / P_{Su})$$

Znači da je srednja snaga korisnog signala na ulazu u prijemnik iznosi

$$P_{Su} = P_T \cdot 10^{-a/10} = 100 \cdot 10^{-70/10} \text{W} = 10^{-5} \text{W} = 10 \mu\text{W}$$

Šum na ulazu u prijemnik koji utiče na prenos signala nalazi se u opsegu u kojem se nalazi modulisani AM2BO signal (taj šum čine komponente koje prolaze kroz ulazni filter propusnik opsega učestanosti)

$$P_{Nu} = \int_{f_0-f_m}^{f_0+f_m} p_N df = p_N [(f_0 + f_m) - (f_0 - f_m)] = 2p_N f_m = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-12} \text{W/Hz} \cdot 10 \cdot 10^3 \text{Hz} = 10^{-7} \text{W}$$

Odnos S/N na ulazu u prijemnika AM2BO signala je $\left(\frac{S}{N}\right)_u = \frac{P_{Su}}{P_{Nu}} = \frac{P_T \cdot 10^{-a/10}}{2p_N f_m} = 100$

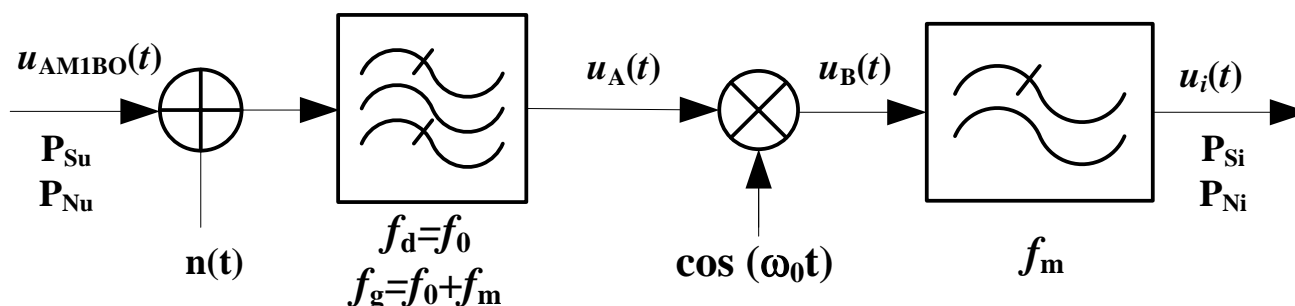
Odnos snage signala i šuma na izlazu AM2BO prijemnika je dva puta veći od odnosa snage signala i šuma na ulazu u prijemnik, i iznosi $\left(\frac{S}{N}\right)_i = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = 2 \left(\frac{S}{N}\right)_u = 200$

Ova vrednost izražena u decibelima $[S/N]_i = 10 \log_{10} (S/N)_i = 10 \log_{10} (200) = 23\text{dB}$

Zadatak 2: SNR kod AM1BO signala (1)

*Srednja snaga predajnika (Tx) iznosi $P_T=80\text{W}$. Maksimalna učestanost modulišućeg signala je $f_m=20\text{kHz}$, a učestanost nosioca je $f_0=10\text{MHz}$.

*Slabljenje linije veze od predajnika do prijemnika iznosi $a=60\text{dB}$. Jednostrana spektralna gustina srednje snage šuma na ulazu prijemnika iznosi $p_N=4 \cdot 10^{-12} [\text{W/Hz}]$.
Odrediti izraz za odnos S/N na izlazu sinhronog prijemnika AM1BO signala.



Odnos snage signala i snage šuma na izlazu AM1BO prijemnika jednak je odnosu snage signala i šuma na ulazu u prijemnik

$$\left(\frac{S}{N} \right)_i = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P_{Su}}{P_{Nu}} = \left(\frac{S}{N} \right)_u$$

P_{su} snaga korisnog signala na ulazu u prijemnik, P_{nu} snaga šuma na ulazu u prijemnik

P_{si} snaga korisnog signala na izlazu iz prijemnika, P_{ni} snaga šuma na izlazu iz prijemnika

Zadatak 2: SNR kod AM1BO signala (2)

Srednja snaga signala na izlazu iz predajnika iznosi $P_T=80\text{W}$. Kako slabljenje linije veze od predajnika do prijemnika iznosi $a=60\text{dB}$, važi

$$P_{Su} = P_T \cdot 10^{-a/10} = 80 \cdot 10^{-60/10} \text{W} = 80 \mu\text{W}$$

Šum na ulazu u prijemnik koji utiče na prenos signala nalazi se u opsegu u kojem se nalazi modulisani AM1BO signal i koji se propušta ulaznim filtrom propusnikom opsega učestanosti, u slučaju da se prenosi AM1BO sa gornjim bočnim opsegom (slično i za donji bočni opseg) iznosi

$$P_{Nu} = \int_{f_0}^{f_0+f_m} p_N df = p_N [(f_0 + f_m) - f_0] = p_N f_m$$

$$P_{Nu} = 4 \cdot 10^{-12} \text{W/Hz} \cdot 2 \cdot 10^4 \text{Hz} = 8 \cdot 10^{-8} \text{W}$$

Odnos snage signala i šuma na izlazu prijemnika AM1BO signala jednaka je odnosu snage signala i šuma na ulazu u prijemnik

$$(S/N)_i = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P_T \cdot 10^{-a/10}}{p_N f_m} = \frac{P_T \cdot 10^{-a/10}}{p_N f_m} = \frac{80 \cdot 10^{-60/10}}{4 \cdot 10^{-12} \cdot 20000} = 1000 \Rightarrow$$

$$[S/N]_i = 10 \log_{10} (S/N)_i = 30 \text{ dB} \quad \text{B (vrednost odnosa snage signala i šuma na izlazu prijemnika AM1BO signala izražena u decibelima)}$$

Zadatak 3: SNR kod KAM signala (1)

*Srednja snaga predajnika (T_x) KAM signala iznosi $P_T=10\text{W}$. Indeks modulacije KAM signala je $m_0=0.5$. Modulišući signal je prostoperiodičan signal učestanosti $f_m=10\text{kHz}$, a učestanost nosioca je $f_0=10\text{MHz}$.

*Slabljenje linije veze od predajnika do prijemnika iznosi $a=40\text{dB}$. Jednostrana spektralna gustina srednje snage šuma na ulazu prijemnika iznosi $p_N=4 \cdot 10^{-12} [\text{W/Hz}]$.
Odrediti izraz za odnos S/N na izlazu sinhronog prijemnika KAM signala.

Odnos snage signala i snage šuma na izlazu iz sinhronog KAM prijemnika dva puta je veća od odnosa snage korisnog signala i šuma na ulazu u prijemnik

$$\left(\frac{S}{N} \right)_i = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = 2 \frac{P_{Su}}{P_{Nu}} = 2 \left(\frac{S}{N} \right)_u$$

P_{su} snaga korisnog signala na ulazu u prijemnik, P_{nu} snaga šuma na ulazu u prijemnik

P_{si} snaga korisnog signala na izlazu iz prijemnika, P_{ni} snaga šuma na izlazu iz prijemnika

Zadatak 3: SNR kod KAM signala (2)

KAM signal na ulazu u prijemnik može da se napiše u sledećem obliku

$$u_{KAM}(t) = U_0 [1 + m_0 \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_0 t)$$

$$u_{KAM}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{U_0 m_0}{2} \cos((\omega_0 - \omega_m)t) + \frac{U_0 m_0}{2} \cos((\omega_0 + \omega_m)t)$$

Snaga nosioca $P_0 = \frac{U_0^2}{2}$

Snaga sadržana u jednom bočnom opsegu

$$P_{BO} = \frac{1}{2} \left(\frac{m_0 U_0}{2} \right)^2$$

*Srednja snaga KAM signala na ulazu u prijemnik

$$P_{KAM} = P_T \cdot 10^{-a/10}$$

Ukupna snaga KAM signala izražena preko snage nosioca

$$P_{KAM} = P_0 + 2P_{BO} = \frac{1}{2} U_0^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_0 U_0}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_0 U_0}{2} \right)^2$$

$$P_{KAM} = P_0 + 2P_{BO} = P_0 + \frac{1}{2} \frac{m_0^2}{2} P_0 + \frac{1}{2} \frac{m_0^2}{2} P_0 = P_0 \left(1 + \frac{m_0^2}{2} \right)$$

Zadatak 3: SNR kod KAM signala (3)

U slučaju KAM signala poruka je sadržana samo u bočnim komponentama, pa se snaga korisnog signala na ulazu u prijemnik definiše kao snaga bočnih komponenti

$$P_{Su} = 2P_{BO} = 2 \frac{1}{2} \left(\frac{m_0 U_0}{2} \right)^2 = \frac{m_0^2}{2} P_0 = \frac{m_0^2}{2} \frac{P_{KAM}}{1 + m_0^2/2} = \frac{m_0^2}{2} \frac{P_T \cdot 10^{-a/10}}{1 + m_0^2/2}$$

Šum na ulazu u prijemnik koji utiče na prenos signala nalazi se u opsegu u kojem se nalazi modulisani KAM signal i koji se propušta ulaznim filtrom propusnikom opsega učestanosti

$$P_{Nu} = \int_{f_0 - f_m}^{f_0 + f_m} p_N df = p_N [(f_0 + f_m) - (f_0 - f_m)] = 2p_N f_m$$

Odnos snage signala i šuma na izlazu prijemnika KAM signala jednak je dvostrukoj vrednosti odnosa snage signala i šuma na ulazu u prijemnik

$$(S/N)_i = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = 2 \frac{P_{Su}}{P_{Nu}} = \frac{2 \frac{m_0^2}{2} \frac{P_T \cdot 10^{-a/10}}{1 + m_0^2/2}}{2p_N f_m} = \frac{m_0^2 P_T \cdot 10^{-a/10}}{2p_N f_m (1 + m_0^2/2)}$$

$$(S/N)_i = 2777 \Rightarrow [S/N]_i = 10 \log_{10}(2777) = 34.4d$$

Zadatak 4: SNR kod FM modulacije (1)

Parametri pri prenosu frekvencijski modulisanog signala su sledeći:

Modulišući signal se nalazi u opsegu učestanosti od $f_1=50\text{Hz}$ do $f_2=20\text{kHz}$.

Snaga predajnika je $P_T=2\text{kW}$. Slabljenje linije veze od predajnika do prijemnika je $a=160\text{dB}$. Maksimalna devijacija učestanosti nosioca koju izaziva prostoperiodični test signal je $\Delta f_0=150\text{kHz}$. Jednostrana spektrana gustina srednje snage šuma na ulazu prijemnika je $8 \cdot 10^{-20}\text{W/Hz}$.

*Opseg učestanosti koji zauzima FM modulisani signal

*Odrediti odnos snage signala i snage šuma (S/N) na izlazu prijemnika

*Opseg učestanosti koji zauzima modulisani signal određen je

Carson-ovom formulom

$$B_{FM} = 2(\Delta f_0 + f_m)$$

Δf_0 je maksimalna devijacija učestanosti nosioca

f_m je maksimalna učestanost u spektru modulišućeg signala

$$B_{FM} = 2(150\text{kHz} + 20\text{kHz}) = 340\text{kHz}$$

Zadatak 4: SNR kod FM modulacije (2)

***Odnos S/N je dat sledećim izrazom**

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{FM,i} = \frac{P_{S_i}}{P_{N_i}} = \frac{(\Delta f_0)^2 \overline{m^2(t)}}{\int_{f_1}^{f_2} f^2 df} \frac{P_0}{P_N}$$

Δf_0 je maksimalna devijacija učestanosti nosioca

f_1 je minimalna učestanost u spektru modulišućeg signala

f_2 je maksimalna učestanost u spektru modulišućeg signala

$\overline{m^2(t)}$ je srednja snaga normalizovanog modulišućeg signala - za normalizovan prostoperiodičan test signal jednak je 1/2

P_0 je srednja snaga modulisanog signala na ulazu u prijemnik

p_N jednostrana spektrana gustina srednje snage šuma na ulazu prijemnika

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{FM,i} = \frac{P_{S_i}}{P_{N_i}} = \frac{(\Delta f_0)^2 \overline{m^2(t)}}{\int_{f_1}^{f_2} f^2 df} \frac{P_0}{P_N} = \frac{(\Delta f_0)^2 (1/2)}{\frac{f_2^3 - f_1^3}{3}} \frac{P_0}{P_N} = \frac{3(\Delta f_0)^2}{2(f_2^3 - f_1^3)} \frac{P_0}{P_N}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{FM,i} = \frac{P_{S_i}}{P_{N_i}} = \frac{3(150 \cdot 1000)^2}{2(20000^3 - 50^3)} \frac{2000 \cdot 10^{-160/10}}{8 \cdot 10^{-20}} = 10546.875$$

$$\left[\frac{S}{N}\right]_{FM,i} = 10 \log_{10} 10546.875 = 40.23 \text{ dB}$$

Zadatak 5: SNR-FM, frekvencijski multipleks (1)

Spektri muzičkih signala $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_3(t)$ i $u_4(t)$ nalaze se u osnovnom opsegu učestanosti od 0Hz do 20kHz. Ovi signali obrazuju četvorokanalni frekvenijski multipleks. Multipleksni signal zauzima opseg učestanosti od 20kHz do 100kHz. Multipleksi signal je FM modulisan.

Maksimalna devijacija učestanosti nosioca koju izaziva prostoperiodični test signal u jednom kanalu je $\Delta f_0 = 150\text{kHz}$. Pretpostavlja se da su srednje snage modulišućih signala jednake.

U kojem kanalu je najveća vrednost ovog odnosa? Odrediti razliku odnosa snage signala i šuma (izraženu u decibelima) u prvom i drugom kanalu, a zatim u prvom i četvrtom kanalu.

U multipleksnom signalu, $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_3(t)$ i $u_4(t)$ zauzimaju sledeće opsege učestanosti

*Spektar signala $u_1(t)$ u multipleksnom signalu nalazi se u opsegu učestanosti $f_1 = 20\text{kHz}$ do $f_2 = 40\text{kHz}$,

*spektar signala $u_2(t)$ u opsegu učestanosti $f_2 = 40\text{kHz}$ do $f_3 = 60\text{kHz}$,

*spektar signala $u_3(t)$ u opsegu učestanosti $f_3 = 60\text{kHz}$ do $f_4 = 80\text{kHz}$,

*spektar signala $u_4(t)$ u opsegu učestanosti $f_4 = 80\text{kHz}$ do $f_5 = 100\text{kHz}$.

Zadatak 5: SNR-FM, frekvencijski multipleks (2)

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{i,1} = \frac{(\Delta f_0)^2 \overline{m_1^2(t)}}{\int_{f_1}^{f_2} f^2 df} \frac{P_0}{P_N} = \frac{(\Delta f_0)^2 \overline{m_1^2(t)}}{\frac{f_2^3 - f_1^3}{3}} \frac{P_0}{P_N}$$

***Odnos S/N u prvom kanalu**

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{i,2} = \frac{(\Delta f_0)^2 \overline{m_2^2(t)}}{\int_{f_2}^{f_3} f^2 df} \frac{P_0}{P_N} = \frac{(\Delta f_0)^2 \overline{m_2^2(t)}}{\frac{f_3^3 - f_2^3}{3}} \frac{P_0}{P_N}$$

***Odnos S/N u drugom kanalu**

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{i,3} = \frac{(\Delta f_0)^2 \overline{m_3^2(t)}}{\int_{f_3}^{f_4} f^2 df} \frac{P_0}{P_N} = \frac{(\Delta f_0)^2 \overline{m_3^2(t)}}{\frac{f_4^3 - f_3^3}{3}} \frac{P_0}{P_N}$$

***Odnos S/N u trećem kanalu**

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{i,4} = \frac{(\Delta f_0)^2 \overline{m_4^2(t)}}{\int_{f_4}^{f_5} f^2 df} \frac{P_0}{P_N} = \frac{(\Delta f_0)^2 \overline{m_4^2(t)}}{\frac{f_5^3 - f_4^3}{3}} \frac{P_0}{P_N}$$

***Odnos S/N u četvrtom kanalu**

*** Pretpostavlja se da su srednje snage modulišućih signala jednake**

$$\overline{m_1^2(t)} = \overline{m_2^2(t)} = \overline{m_3^2(t)} = \overline{m_4^2(t)}$$

Zadatak 5: SNR-FM, frekvencijski multipleks (3)

***Svi parametri pri prenosu su jednaki sa izuzetkom opsega frekvencija u kojem se modulišući signal prenosi. Kako je odnos S/N obrnuto srazmeran razlici trećeg stepena graničnih vrednosti u svakom od multipleksnih kanala, najveća vrednost odnosa S/N će biti u kanalu u kojem je ta razlika najmanja odnosno u najnižem kanalu.**

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{i,1} / \left(\frac{S}{N}\right)_{i,2} = \frac{\int_{f_2}^{f_3} f^2 df}{\int_{f_1}^{f_2} f^2 df} = \frac{f_3^3 - f_2^3}{f_2^3 - f_1^3} = \frac{60000^3 - 40000^3}{40000^3 - 20000^3} = \frac{6^3 - 4^3}{4^3 - 2^3} = 2.71$$

$$\Rightarrow 10 \log_{10} \left(\left(\frac{S}{N}\right)_{i,1} / \left(\frac{S}{N}\right)_{i,2} \right) = 10 \log_{10} (2.71) = 4.33 \text{ dB}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{i,1} / \left(\frac{S}{N}\right)_{i,4} = \frac{\int_{f_4}^{f_5} f^2 df}{\int_{f_1}^{f_2} f^2 df} = \frac{f_5^3 - f_4^3}{f_2^3 - f_1^3} = \frac{100000^3 - 80000^3}{40000^3 - 20000^3} = \frac{10^3 - 8^3}{4^3 - 2^3} = 8.71$$

$$\Rightarrow 10 \log_{10} \left(\left(\frac{S}{N}\right)_{i,1} / \left(\frac{S}{N}\right)_{i,4} \right) = 10 \log_{10} (8.71) = 9.40 \text{ dB}$$

Literatura



- [1] Dukić M., *Principi telekomunikacija*, Akademska misao, 2008, Beograd.
- [2] Haykin S., *Communication Systems*, John Wiley & Sons, Inc., 1998, New York.
- [3] Dukić M., Marković G., Vujić D., *Principi telekomunikacija – Zbornik rešenih zadataka*, Akademska misao, 2009, Beograd.
- [4] Praktikum za laboratorijske vežbe.

*Zadaci urađeni po uzoru na zadatke 5.3, 5.12 -5.14 iz [3].