

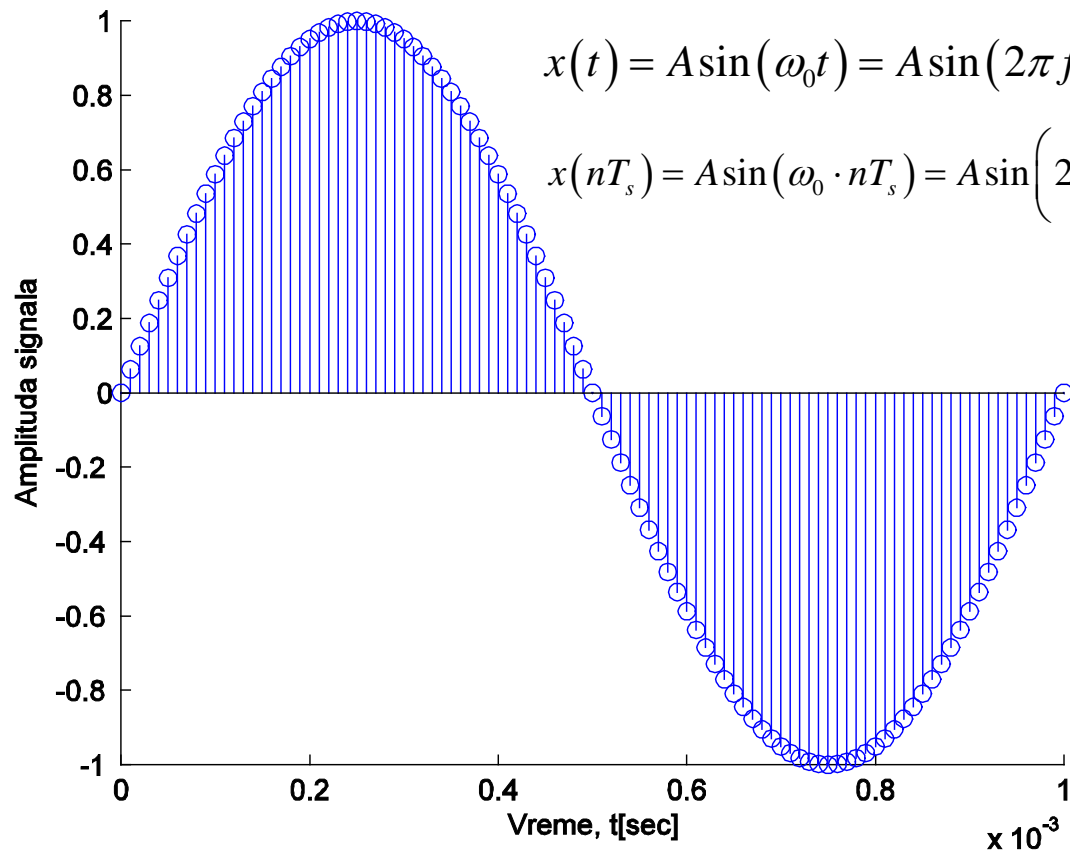
Univerzitet u Beogradu
Elektrotehnički fakultet

Principi modernih telekomunikacija (SI2PMT)

**Spektralna analiza
periodičnih signala
2011/2012**

Generisanje diskretizovane sinusoide

- Parametri – perioda $T=1/f_0$, amplituda A , učestanost odabiranja f_s .
- U ovom primeru – $T=1\text{ms}$, $A=1\text{V}$, $f_s=100f_0$ ($T_s=T_0/100$).

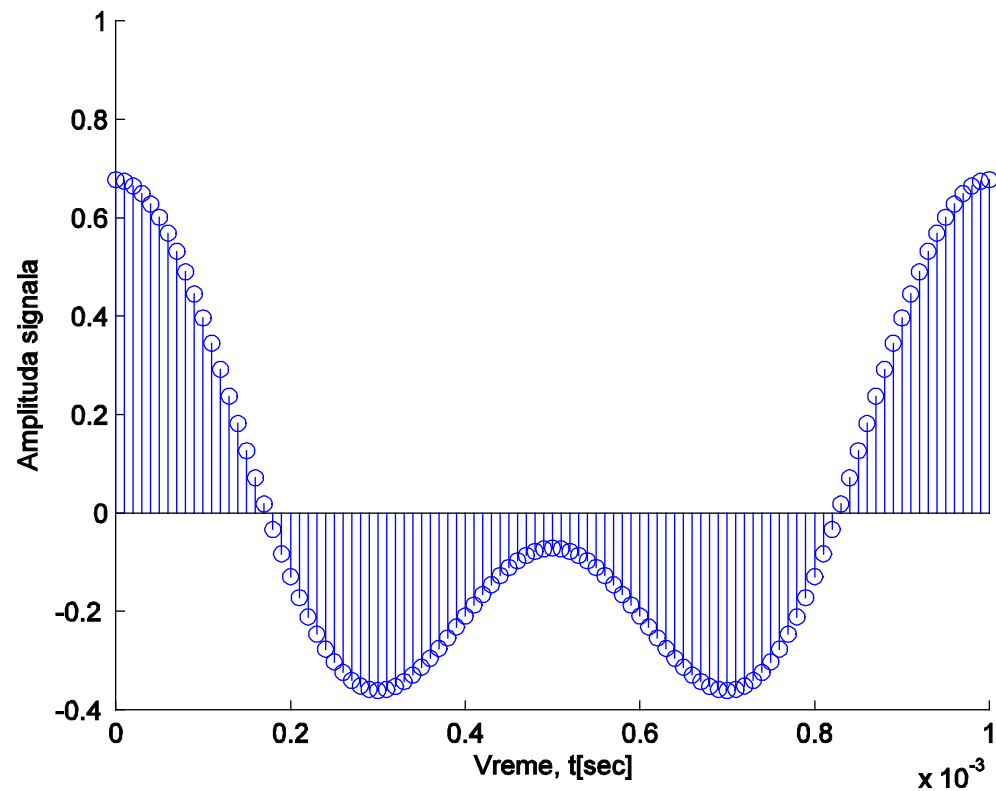
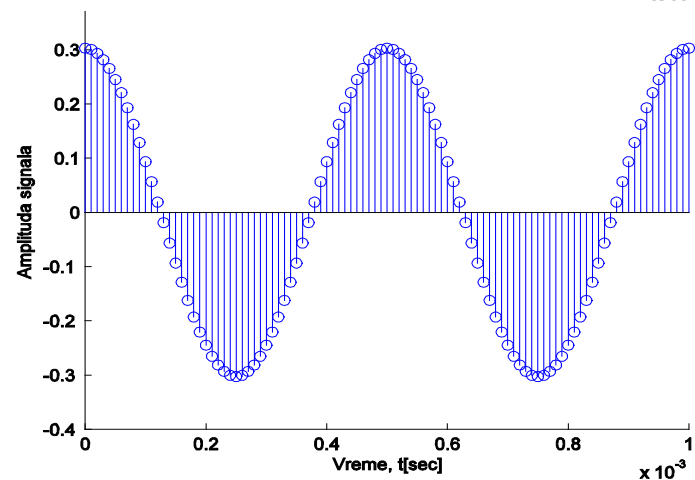
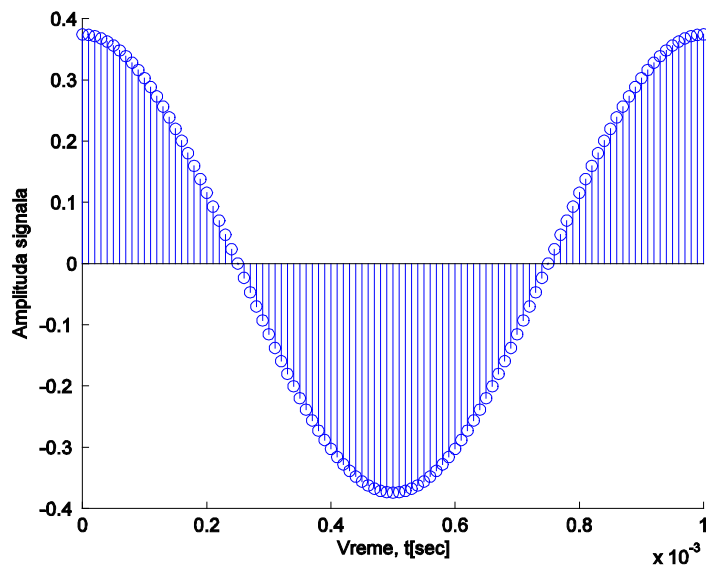


$$x(t) = A \sin(\omega_0 t) = A \sin(2\pi f_0 t)$$

$$x(nT_s) = A \sin(\omega_0 \cdot nT_s) = A \sin\left(2\pi f_0 \cdot n \frac{T_0}{100}\right) = A \sin\left(2\pi \cdot \frac{n}{100}\right)$$

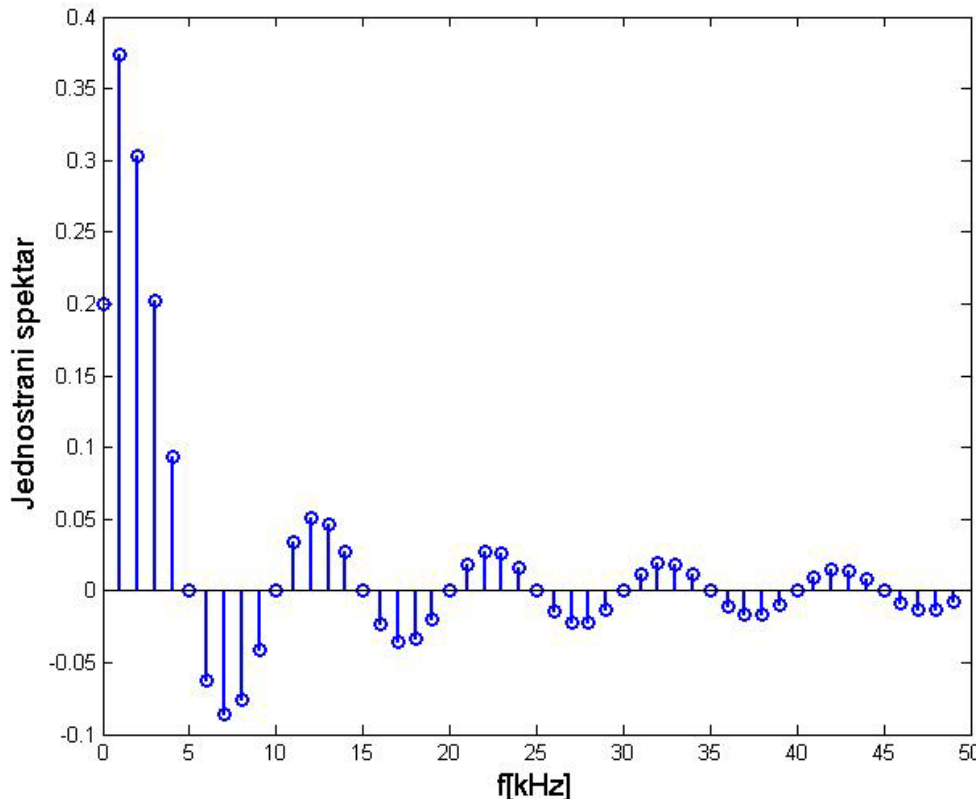
Zbir dve sinusoide

- Zbir dve sinusoide odbirak po odbirak:



Spektar signala

- Jednostrani spektar periodične povorke pravougaonih impulsa, amplitude $E=1$, periode $T=1\text{ms}$, faktor režima $\tau/T=0.2$.



Dvostrani amplitudski spektar signala

$$X(n) = \frac{E\tau}{T} \frac{\sin(n\omega_0\tau/2)}{n\omega_0\tau/2} = \frac{E}{5} \frac{\sin(n\pi/5)}{n\pi/5}$$

$$X(0) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = \frac{E}{5} = 0.2$$

Jednostrani amplitudski spektar

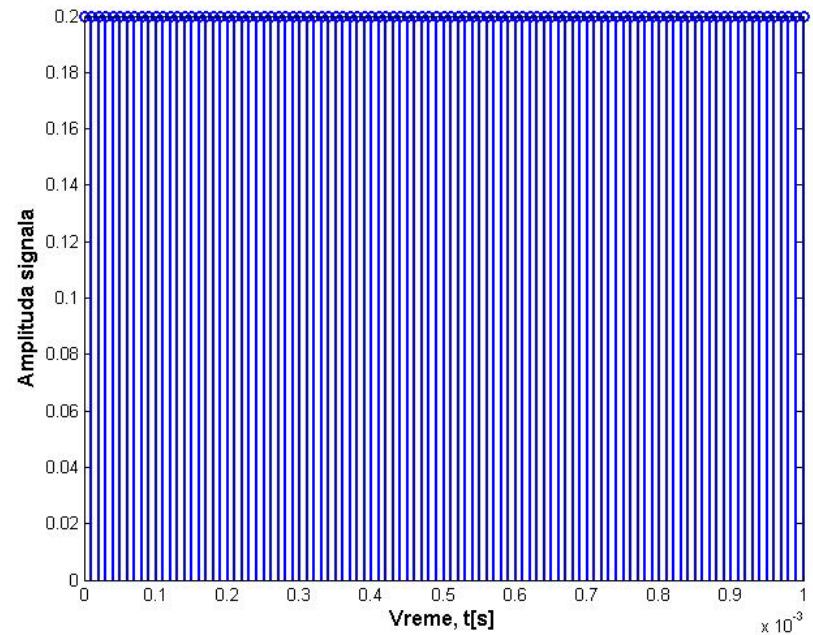
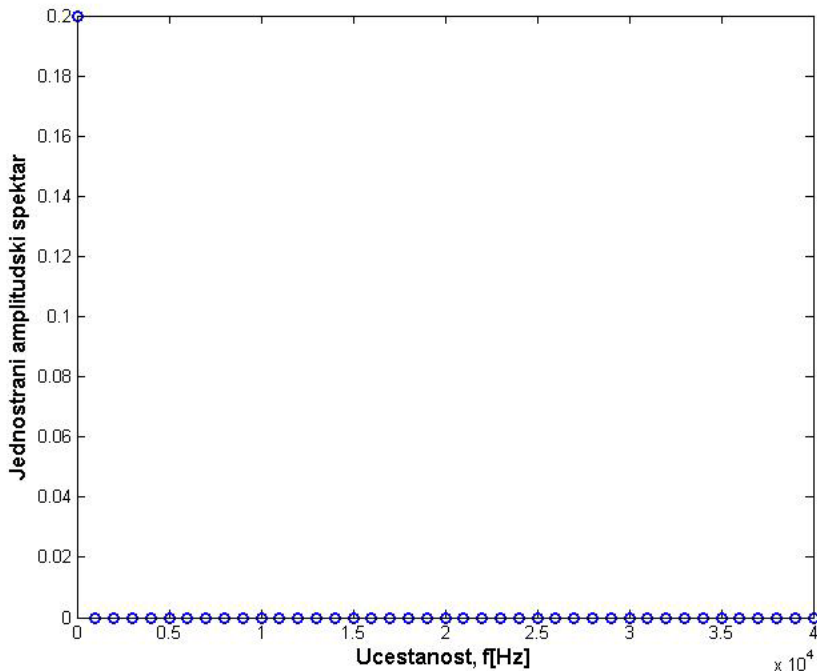
$$C_n = 2X(n) = 2 \frac{E}{5} \frac{\sin(n\pi/5)}{n\pi/5}$$

$$C_0 = X(0) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = \frac{E}{5} = 0.2$$

Nulti harmonik

- Nulti harmonik opisuje jednosmernu komponentu:
 - Ona ima učestanost ravnu nuli
 - Vrednost (amplituda) jednosmerne komponente (srednja vrednost signala) je

$$C_0 = X(0) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = \frac{E}{5} = 0.2$$



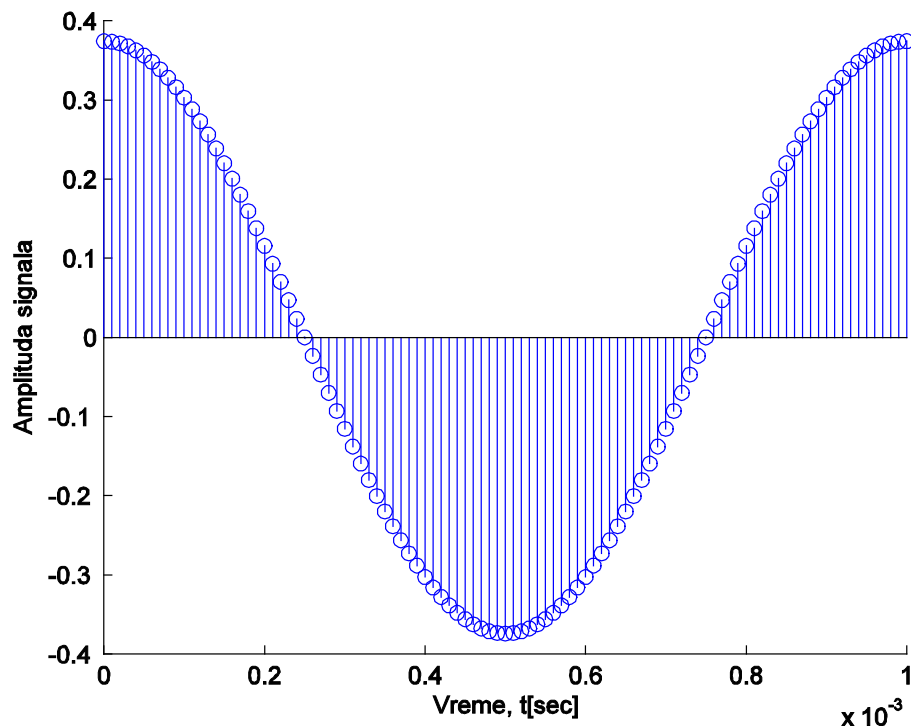
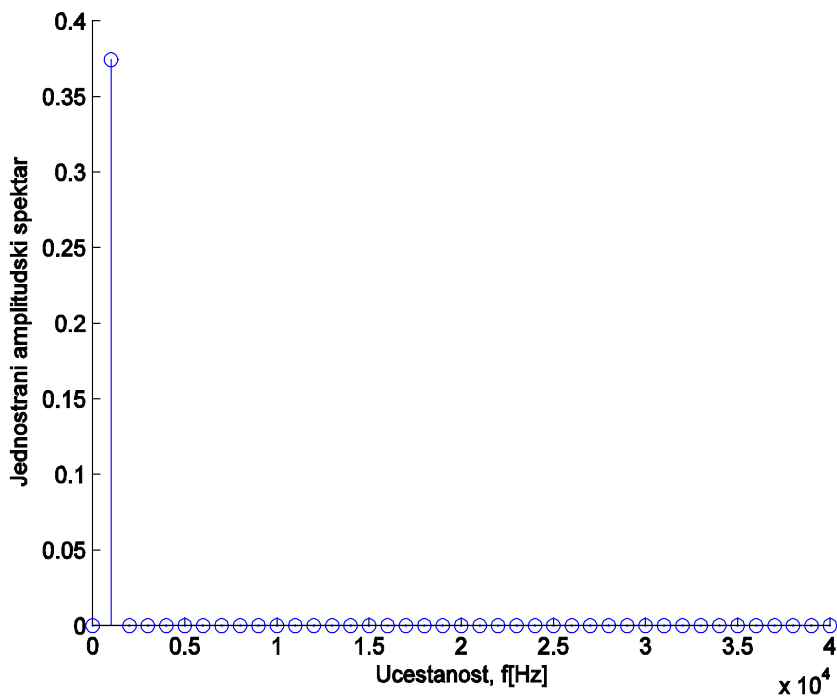
Prvi harmonik

- Prvi harmonik opisuje prostoperiodičnu komponentu (kosinus):

- Ona ima učestanost $f_0=1\text{kHz}$.

- Amplituda prvog harmonika je

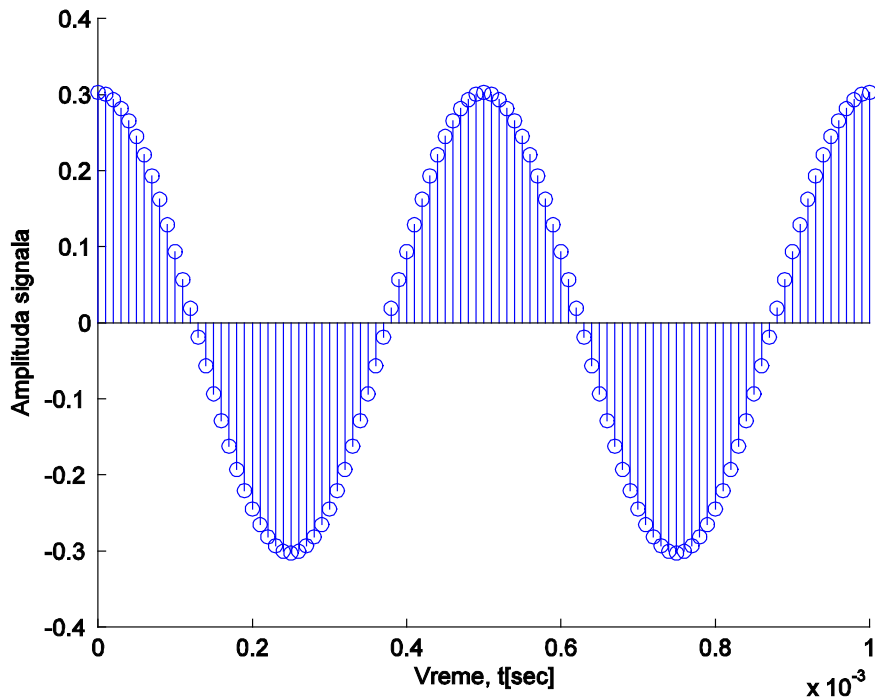
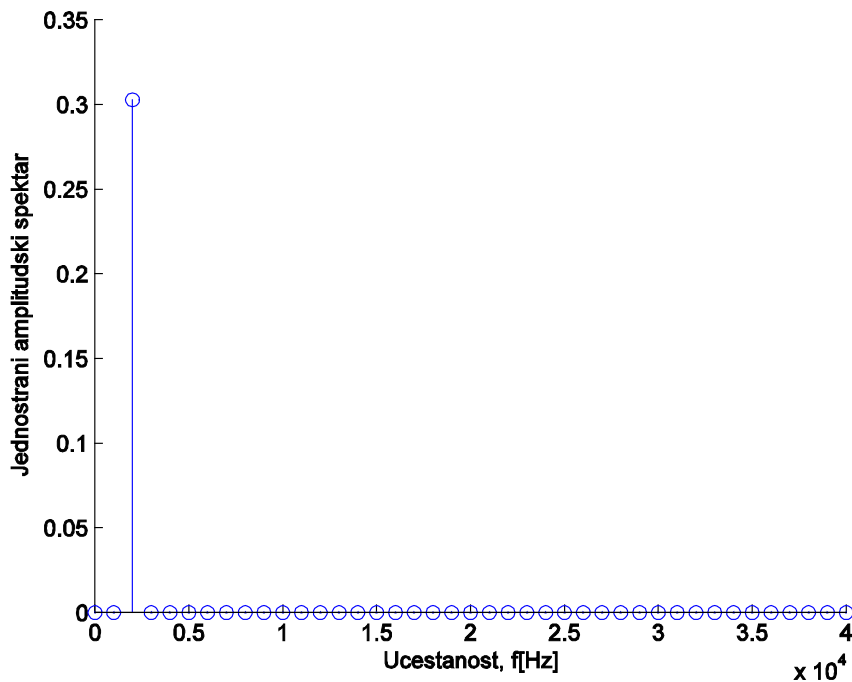
$$C_1 = 2X(1) = 2 \cdot \frac{E \sin(\pi/5)}{5 \pi/5} = 2 \cdot 0.1871 = 0.3742$$



Drugi harmonik

- Drugi harmonik opisuje prostoperiodičnu komponentu (kosinus):
 - Ona ima učestanost $2f_0=2\text{kHz}$.
 - Amplituda drugog harmonika je

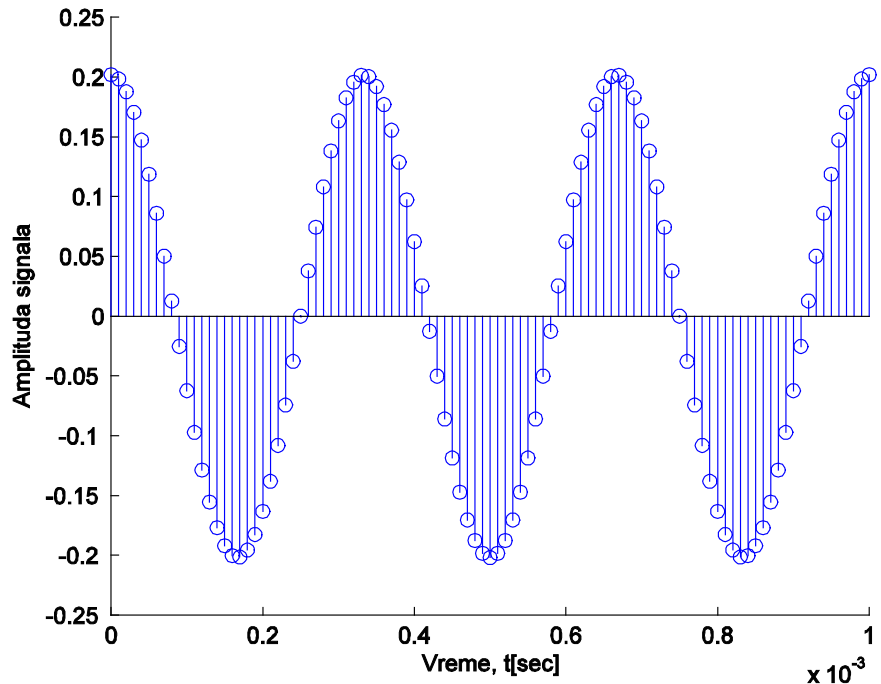
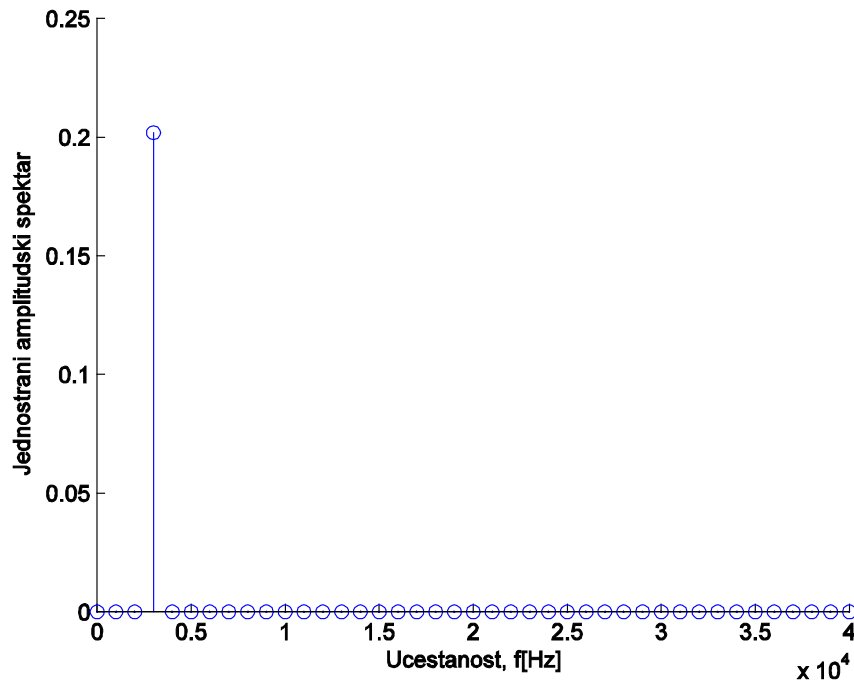
$$C_2 = 2X(2) = 2 \cdot \frac{E}{5} \frac{\sin(2\pi/5)}{2\pi/5} = 2 \cdot 0.1514 = 0.3028$$



Treći harmonik

- Treći harmonik opisuje prostoperiodičnu komponentu (kosinus):
 - Ona ima učestanost $3f_0=3\text{kHz}$.
 - Vrednost (amplituda) trećeg harmonika je $|X(3)|=0.2018$.

$$C_3 = 2X(3) = 2 \cdot \frac{E}{5} \frac{\sin(3\pi/5)}{3\pi/5} = 2 \cdot 0.1009 = 0.2018$$

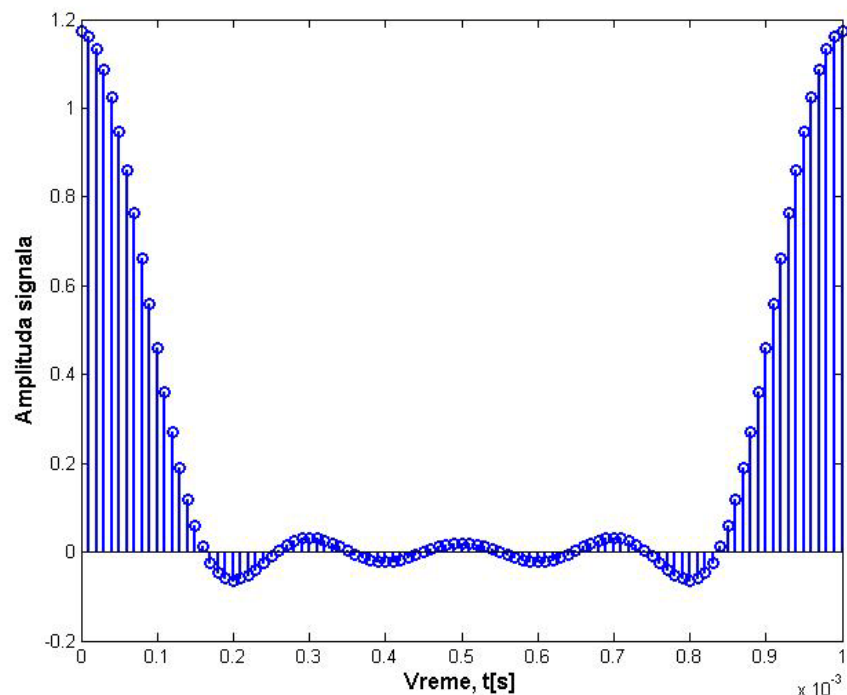
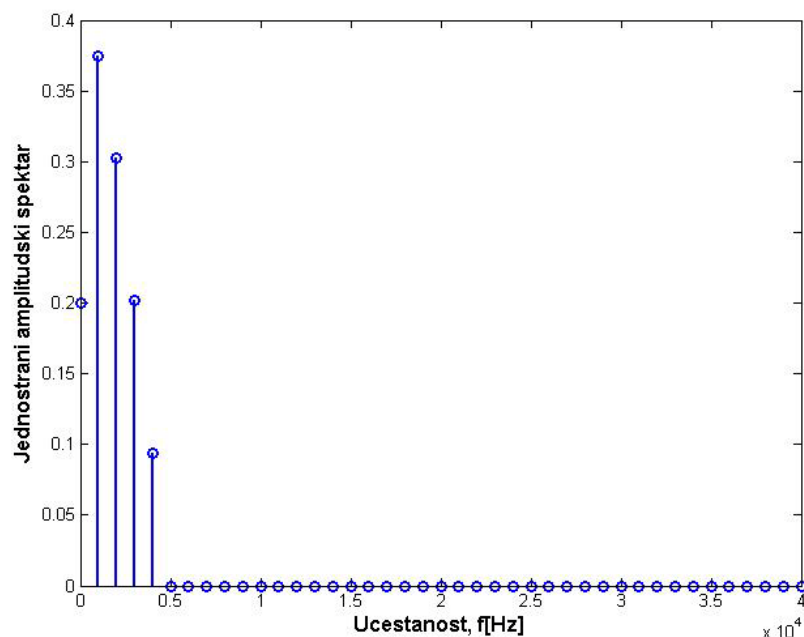


Zbir prvih pet harmonika (uključujući i nulti)

- Zbir jednosmerne komponente i četiri sinusoide učestanosti f_0 , $2f_0$, $3f_0$ i $4f_0$ (amplitude sinusoide određene su vrednostima komponenti jednostranog amplitudskog spektra signala).

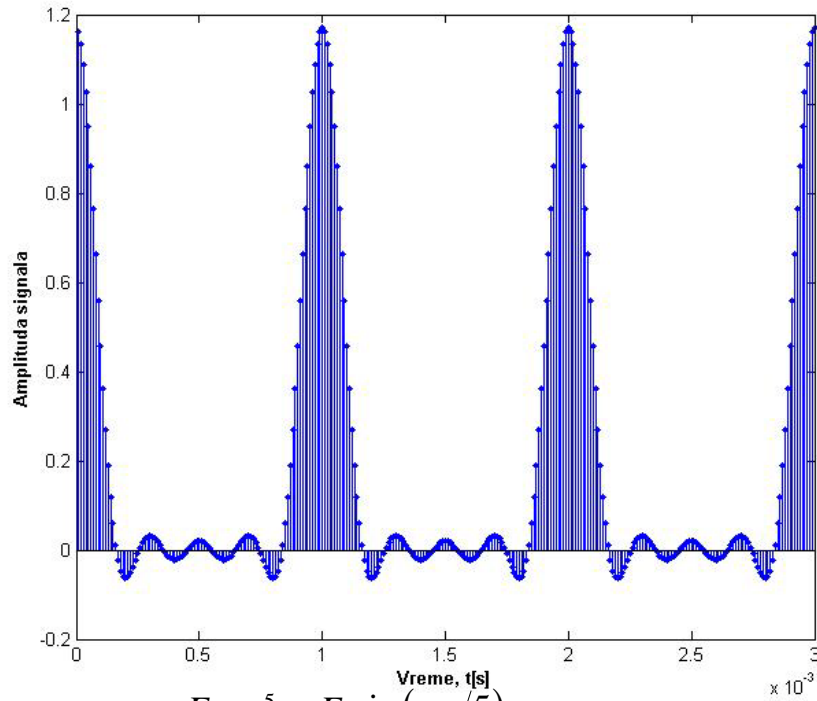
$$x_4(t) = \frac{E}{5} + \sum_{n=1}^4 2 \frac{E}{5} \frac{\sin(n\pi/5)}{n\pi/5} \cos(n\omega_0 t)$$

- U trajanju jedne periode zbir je prikazan po principu odbirak po odbirak:

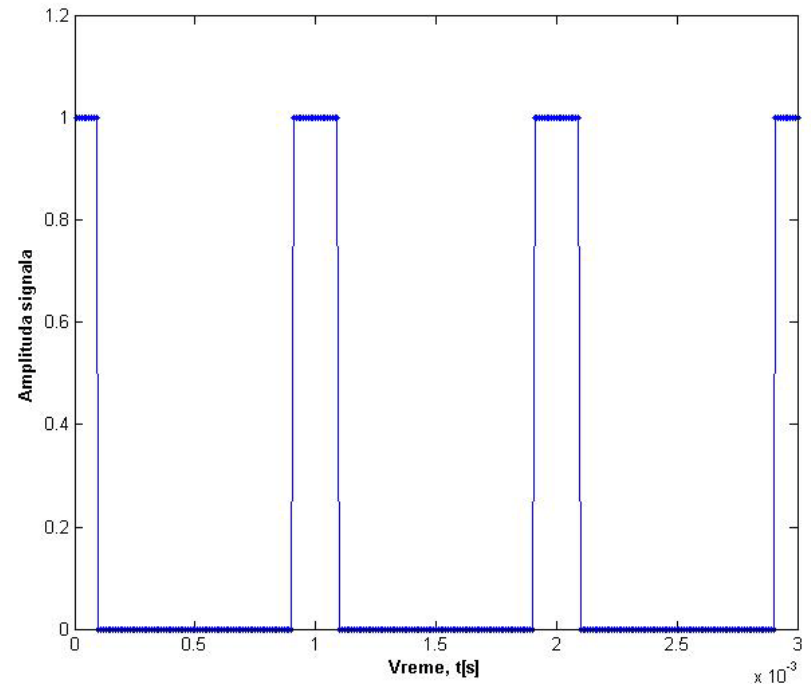


Poređenje originalnog signala i signala nastalih zbirom prvih 5 harmonika (uključujući i nulti)

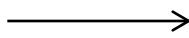
Signal nastao sabiranjem jednosmerne komponente i prvih 5 harmonika



Originalni signal - periodična povorka pravougaonih impulsa faktora režima 1/5



$$x_5(t) = \frac{E}{5} + \sum_{n=1}^5 2 \frac{E}{5} \frac{\sin(n\pi/5)}{n\pi/5} \cos(n\omega_0 t)$$

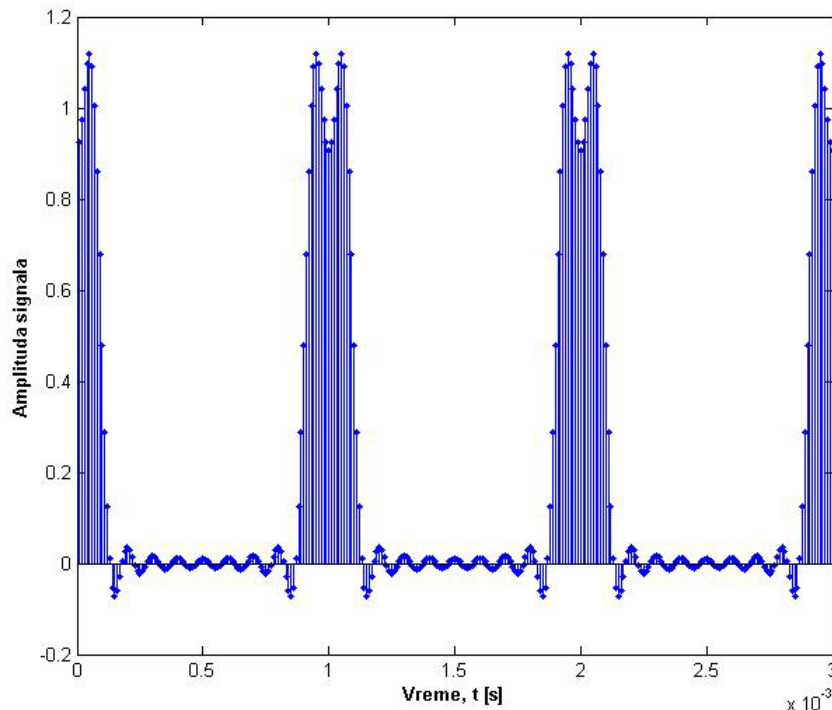


Signal sadrži 90.29% snage originalnog signala

Signali su prikazani po principu odbirak po odbirak u u dužini trajanja tri perode signala

Poređenje originalnog signala i signala nastalih zbirom prvih 10 harmonika (uključujući i nulti)

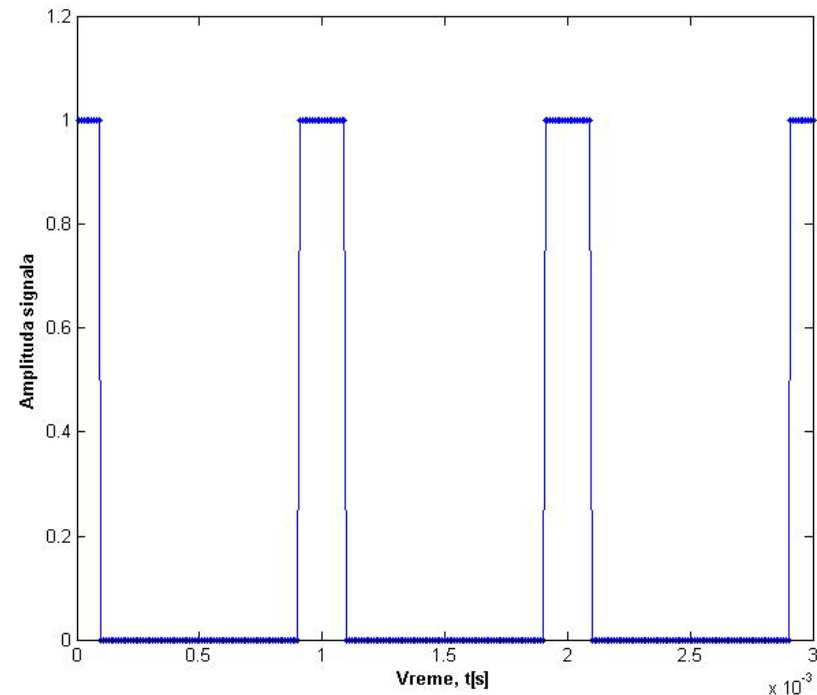
Signal nastao sabiranjem jednosmerne komponente i prvih 10 harmonika



$$x_{10}(t) = \frac{E}{5} + \sum_{n=1}^{10} 2 \frac{E}{5} \frac{\sin(n\pi/5)}{n\pi/5} \cos(n\omega_0 t) \longrightarrow \text{Signal sadrži 94.99\% snage originalnog signala}$$

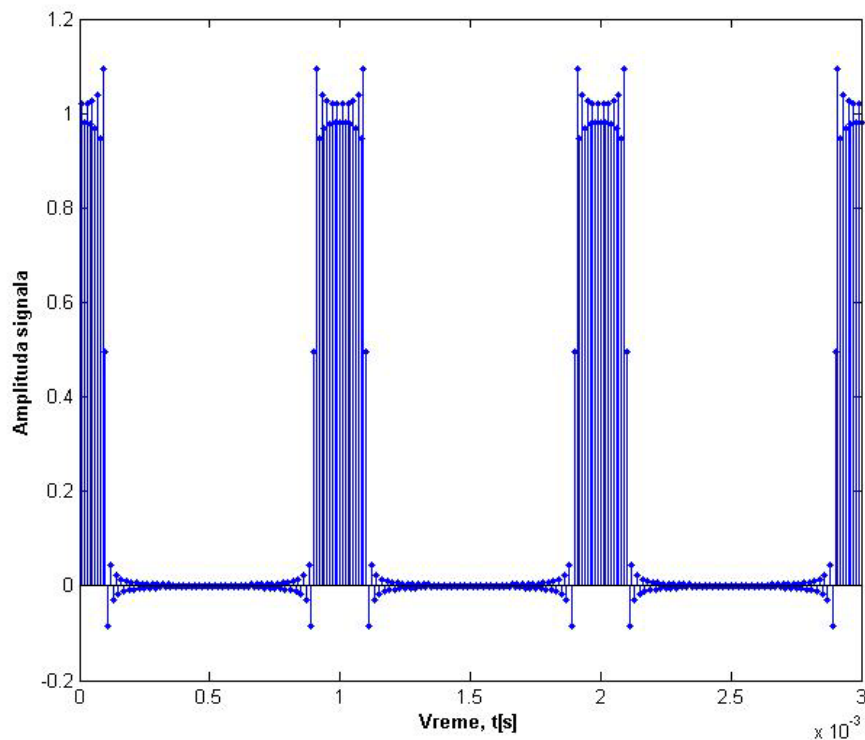
Signali su prikazani po principu odbirak po odbirak u u dužini trajanja tri perode signala

Originalni signal - periodična povorka pravougaonih impulsa faktora režima 1/5



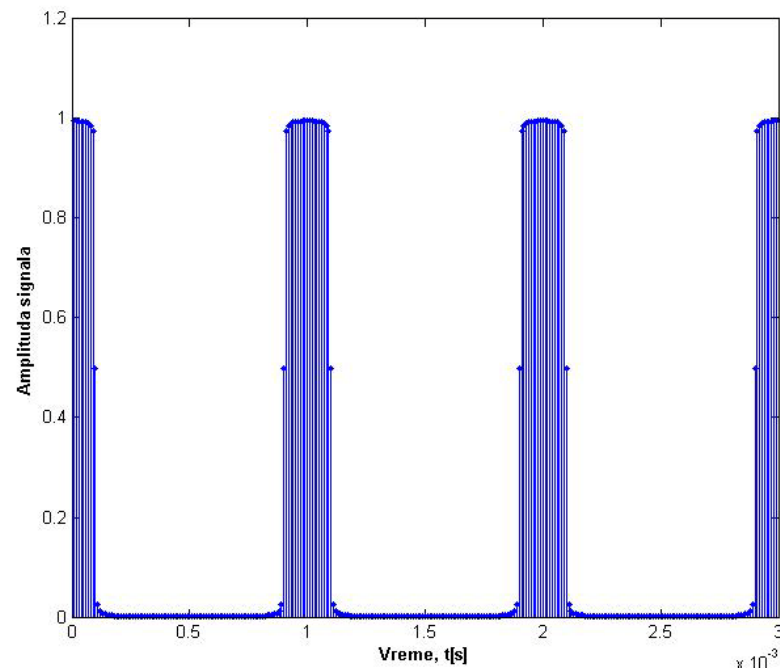
Poređenje signala nastalih zbirom većeg broja – prvih 50 i prvih 200 harmonika

Signal nastao sabiranjem jednosmerne komponente i prvih 50 harmonika



Signal sadrži 98.99% snage originalnog signala

Signal nastao sabiranjem jednosmerne komponente i prvih 200 harmonika



Signal sadrži 99.75% snage originalnog signala

Signali su prikazani po principu odbirak po odbirak u u dužini trajanja tri perode signala