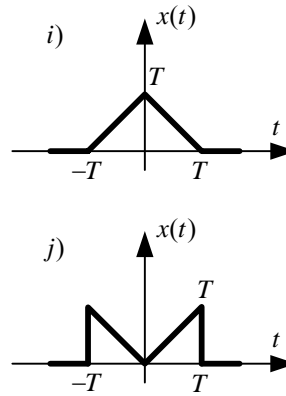


1. Naći Furijeovu transformaciju $X(j\omega)$ datih signala i nacrtati odgovarajući amplitudski spektar $|X(j\omega)|$:

- a) $x(t) = e^{at}u(-t), a > 0$
- b) $x(t) = \delta(t - t_0) + \delta(t + t_0)$
- c) $x(t) = e^{-at} \cos(\omega_0 t)u(t), \omega_0 \gg a > 0$
- d) $x(t) = e^{-|a|t}, a > 0$
- e) $x(t) = \delta(t - t_0) - \delta(t + t_0)$
- d) $x(t) = \cos(\pi t)[u(t + 1) - u(t - 1)]$
- f) $x(t) = \sin(\pi t)[u(t + 1) - u(t - 1)]$
- g) $x(t) = [1 + \cos \pi t][u(t + 1) - u(t - 1)]$



2. Ako je $y(t) = x(t) \cos(2\pi t / T_0)$, gde je $x(t)$ povorka kvadratnih impulsa periode T

- a) Skicirati $y(t)$ i $|Y(j\omega)|$, ako je $T \gg T_0$
- b) Skicirati $y(t)$ i $|Y(j\omega)|$, ako je $T \ll T_0$

3. Koristeći osobine Furijeove transformacije, naći $X(j\omega)$ za svaki od navedenih signala. Skicirati amplitudski spektar $|X(j\omega)|$ za svaki od navedenih signala, smatrajući $\omega_0 \gg \pi$

- a) $x(t) = \sin(\omega_0 t)u(t)$
- b) $x(t) = \cos^2(\omega_0 t)u(t)$
- c) $x(t) = \frac{d}{dt}(e^{-\pi t}u(t))$
- d) $x(t) = \cos(\omega_0 t)[u(t + 1) - u(t - 1)]$
- e) $x(t) = e^{-\pi t} \sin(\omega_0 t)u(t)$

4. Naći Furijeovu transformaciju signala $Ev\{x(t)\}$ i Furijeovu transformaciju signala $Od\{x(t)\}$ za svaki od sledećih signala:

- a) $x(t) = e^{-at}u(t), a > 0$
- b) $x(t) = \delta(t - t_0)$
- c) $x(t) = \cos(\omega_0 t)u(t)$
- d) $x(t) = u(t) - u(t - T)$

5. Polazeći od datih Furijeovih transformacija odrediti signal $x(t)$ za svaku od datih funkcija:

- a) $X(j\omega) = e^{-a|\omega|}, a > 0$
- b) $X(j\omega) = \text{sinc}(\omega - 10) + \text{sinc}(\omega + 10)$
- c) $X(j\omega) = \cos(\omega)\text{sinc}(\omega)$
- d) $X(j\omega) = j[u(-\omega) - u(\omega)]$
- e) $X(j\omega) = j\omega[u(\omega + 1) - u(\omega - 1)]$
- f) $X(j\omega) = 2\pi\delta(\omega) + e^{-j\omega} \text{sinc}^2 \omega$

6. Razmatraju se sledeće osobine Furijeove transformacije $X(j\omega)$:

- i) $X(j\omega)$ realna funkcija
- ii) $X(j\omega)$ imaginarna funkcija
- iii) $X(j0) = 0$
- iv) $\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) d\omega = 0$
- v) $X(j\omega)$ periodična funkcija
- vi) $e^{j\omega\tau} X(j\omega)$ imaginarna funkcija za neko $\tau \neq 0$

vii) $X(j\omega)$ kvadratno-integrabilna funkcija na intervalu $-\infty < \omega < +\infty$

viii) $\int_{-\infty}^{+\infty} \omega X(j\omega) d\omega = 0$

Odrediti ekvivalentne osobine signala u vremenskom domenu i naznačiti koji od navedenih signala poseduje koju od osobina:

a) $x(t) = \cos(\pi t)[u(t+1) - u(t-2)]$

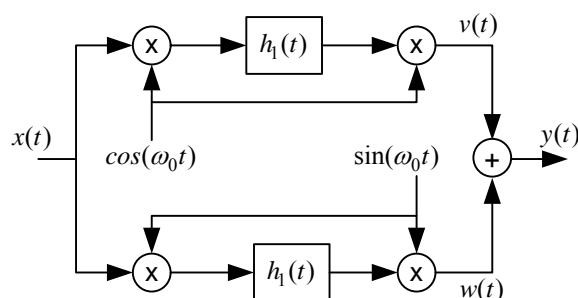
b) $x(t) = \delta(t-1) + \delta(t+1)$

c) $x(t) = te^{-a|t|}, a > 0$

d) $x(t) = \sin(\pi t)[u(t+1) - u(t-1)]$

e) $x(t) = \delta(t-2) - \delta(t+3)$

7. Kvadrturni sistem prikazan na slici sadrži 4 AM modulatora.



a) Naći frekvencijski odziv $H(j\omega)$ ovog sistema u funkciji od $H_1(j\omega)$.

b) Skicirati odgovarajuću amplitudsku karakteristiku $|H(j\omega)|$ za $\omega_0 \gg \omega_b$, ako je:

i) $h_1(t) = \frac{2\omega_b}{\pi} \text{sinc}(\omega_b t)$,

ii) $h_1(t) = 2\omega_b e^{-\omega_b t} u(t)$.

8. a) Koristeći osobinu konvolucije Furijeove transformacije, naći inverznu Furijeovu transformaciju $x(t)$ sledeće

funkcije: $X(j\omega) = \frac{1}{(a + j\omega)^2}$.

b) Koristeći osobinu diferenciranja Furijeove transformacije, naći inverznu Furijeovu transformaciju $x(t)$ sledeće

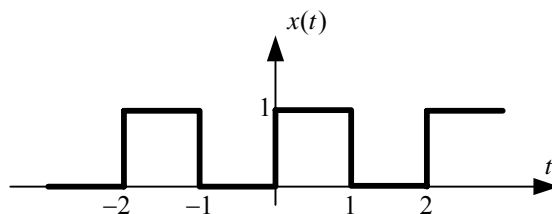
funkcije: $X(j\omega) = \frac{1}{(a + j\omega)^2}$.

c) Koristeći osobinu diferenciranja Furijeove transformacije, generalizovati rezultat iz tačke (b) za slučaj sledeće

funkcije: $X(j\omega) = \frac{1}{(a + j\omega)^N}$.

9. a) Dokazati sledeću osobinu Furijeove transformacije: $x(t)p(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} X(j\omega) \otimes P(j\omega)$.

b) Naći Furijeovu transformaciju signala $y(t) = x(t)e^{-t}u(t)$ gde je $x(t)$ povorka kvadratnih impulsa data sledećom slikom:



c) Izvesti sledeću generalizaciju Parsevalove teoreme: $\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)w^*(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)W^*(j\omega)d\omega$.

10. Predstaviti pomoću $X(j\omega)$ Fourierovu transformaciju drugog izvoda signala $x(t)$, $\left(\frac{d^2x(t)}{dt^2}\right)$. Zatim, na sličan način, naći Fourierovu transformaciju drugog izvoda signala $z(t) = t^2x(t)$.

11. Neka je $y(t)$ diskretna (dobijena odabiranjem) verzija signala $x(t)$, pri čemu važi $\omega_s \gg \pi$, gde je ω_s učestanost odabiranja. Skicirati $y(t)$ i $|Y(j\omega)|$ za svaki od sledećih slučajeva (uzeti da je $u(0) = 1$):

- a) $x(t) = e^{-\pi t} u(t)$, b) $x(t) = \cos \pi t$
c) $x(t)$ je povorka kvadratnih impulsa osnovne frekvencije π , d) $x(t)$ je četvrtka dužine $T_p = 2$.

12. Neka je $y(t)$ diskretna verzija signala $x(t)p(t)$, tj. $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-kT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT)\delta(t-kT)$.

a) Ako je $x(t) = \cos \omega_b t$, skicirati spektar $Y(j\omega)$ za svaki od navedenih slučajeva ako je perioda odabiranja $\omega_s = 2\pi/T$.

- i) $\omega_b = 0$, ii) $\omega_b = \omega_s / 4$, iii) $\omega_b = \omega_s / 2$,
iv) $\omega_b = 3\omega_s / 4$, v) $\omega_b = \omega_s$, vi) Ponoviti iii) ako je $x(t) = \sin \omega_b t$

13. Idealni *Hilbertov transformator* je definisan frekvencijskim odzivom

$$H(j\omega) = \begin{cases} -j, & \omega > 0 \\ 0, & \omega = 0 \\ j, & \omega < 0 \end{cases}$$

a) Ako je $x_h(t)$ izlaz Hilbertovog transformatora za realan signal $x(t)$ na ulazu, naći spektar $X_a(j\omega)$ kompleksnog analitičkog signala $x_a(t) = x(t) + jx_h(t)$ pomoću spektra $X(j\omega)$.

b) Naći $x_h(t)$ i $x_a(t)$ ako je $x(t) = \cos \omega_0 t$ za proizvoljno $\omega_0 > 0$.

c) Naći impulsni odziv $h(t)$ Hilbertovog transformatora. Da li je impulsni odziv neparna funkcija, kao što se i očekuje, pošto je spektar $H(j\omega)$ čisto imaginaran?

14. Naći izlaz $y(t)$ LTI sistema čiji je frekvencijski odziv

$$H(j\omega) = \frac{1}{2 + j\omega}$$

za svaki od sledećih ulaznih signala:

- a) $x(t) = e^{-t}u(t)$, b) $x(t) = e^{-|t|}$, c) $x(t) = \frac{d}{dt}[e^{-t}u(t)]$,
d) $x(t) = [\cos t]u(t)$, e) $x(t) = [e^{-t}u(t)] * [e^{-4t}u(t)]$, f) $x(t) = e^{-t}[\cos t]u(t)$.

15. Kauzalni LTI sistem zadovoljava sledeću linearnu diferencijalnu jednačinu

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 7 \frac{dy(t)}{dt} + 12y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 2x(t)$$

a) Naći frekvencijski odziv sistema $H(j\omega)$,

b) Naći izlaz sistema za svaki od sledećih ulaznih signala:

- i) $x(t) = \delta(t)$, ii) $x(t) = e^{-t}u(t)$, iii) $x(t) = e^{-2t}u(t)$, iv) $x(t) = \delta(t) + 2e^{-t}u(t)$.

16. Na izlazu nekog LTI sistema je izmeren signala $y(t) = [e^{-2t} - e^{-3t}]u(t)$ pri čemu je signal na ulazu $x(t) = [e^{-t} - e^{-2t}]u(t)$.

a) Odrediti $H(j\omega)$ i $h(t)$ za ovaj sistem,

b) Opisati sistem linearnom diferencijalnom jednačinom i nacrtati blok dijagram sistema u direktnoj formi.

17. Skicirati Bodeove amplitudske i fazne karakteristike sledećih sistema:

a) $H(j\omega) = \frac{1+j\omega}{j\omega}$,

b) $H(j\omega) = \frac{1}{(1+j\omega)^2}$,

c) $H(j\omega) = \frac{1}{(1+j\omega)^3}$,

d) $H(j\omega) = \frac{1+j\omega}{1+j\omega/10}$,

e) $H(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{(1+j\omega)^2}$,

f) $H(j\omega) = \frac{(1+j\omega)(1+j\omega/10)}{(1+10j\omega)(1+j\omega/100)}$

18. Skicirati Bodeove amplitudske i fazne karakteristike sledećih sistema pri čemu je $h_0(t) = ae^{-at}u(t)$:

a) $h(t) = h_0(-t)$,

b) $h(t) = h_0(t) * h_0(t)$,

c) $h(t) = h_0(t) * h_0(-t)$

d) $h(t) = Ev\{h_0(t)\}$,

e) $h(t) = Od\{h_0(t)\}$.