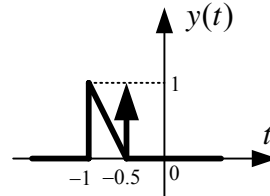
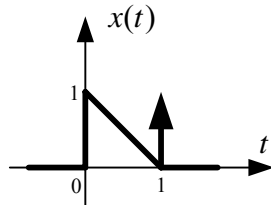


Ime i prezime studenta: _____ Broj indeksa: _____

1. (a) Skicirati kontinualni signal $x(t) = [u(t) - u(t-1)](1-t) + \delta(t-1)$, gde je sa $u(t)$ označena jedinična odskočna funkcija a sa $\delta(t)$ jedinični Dirakov impuls, i na osnovu njega formirati i skicirati signal $y(t) = x(2+2t)$.

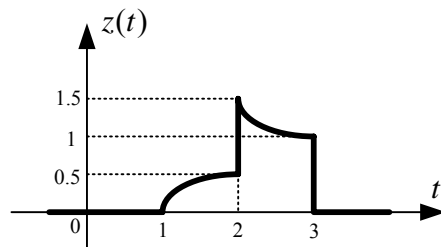
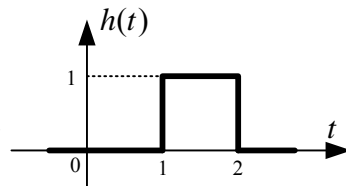


6

b) Sračunati i skicirati signal $z(t)$ koji se dobija kao konvolucija signala $x(t)$ i signala $h(t) = u(t-1) - u(t-2)$.

$$z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau)h(\tau)d\tau = \int_1^2 x(t-\tau)d\tau = \int_{t-2}^{t-1} x(q)dq$$

$$z(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 1 \\ \frac{-t^2 + 4t - 3}{2}, & 1 < t \leq 2 \\ \frac{t^2 - 6t + 11}{2}, & 2 < t \leq 3 \\ 0, & t \geq 3 \end{cases}$$

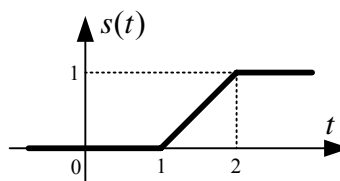


8

c) Šta možete reći o stabilnosti sistema čiji je impulsni odziv $h(t)$ iz prethodne tačke. Odrediti jedinični odskočni odziv $s(t)$ tog sistema.

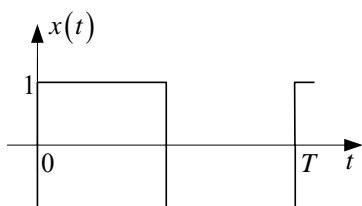
$$\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt = 1 < +\infty \Rightarrow \text{sistem je BIBO stabilan ;}$$

$$s(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau)d\tau = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t-1, & t \in [0, 1] \\ 1, & t > 1 \end{cases}$$



6

2. a) Periodični signal $x(t)$ prikazan na slici 2.1. predstaviti Fourier-ovim redom i na osnovu toga sračunati koeficijente a_0 , a_1 i a_{-1} .



$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}; \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{p \text{ o } T} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{T/2} e^{-jk\omega_0 t} dt - \int_{T/2}^T e^{-jk\omega_0 t} dt \right)$$

$$a_k = \begin{cases} 0, & k = 0, \pm 2, \pm 4, \dots \\ \frac{2}{jk\pi}, & k = \pm 1, \pm 3, \dots \end{cases} \Rightarrow a_0 = 0, a_1 = 2 / j\pi, a_{-1} = -2 / j\pi$$

10

b) Da li je dobijeni red konvergentan i zašto?

Red je konvergentan, jer ispunjava uslov $\int_{p \text{ o } T} |x(t)|^2 dt < +\infty$

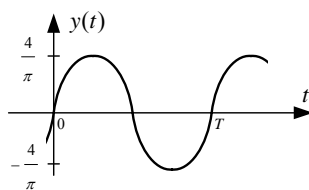
4

c) Ako se signal $x(t)$ dovede na ulaz idealnog niskopropusnog filtra čiji je frekvencijski spektar

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1; & |\omega| < 5\pi/T \\ 0; & |\omega| \geq 5\pi/T \end{cases} \text{ odrediti odziv ovog filtra } y(t) \text{ i skicirati ga.}$$

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}; \quad c_k = H(jk\omega_0) a_k; \quad H(jk\omega_0) = \begin{cases} 1, & k = 0, \pm 1, \pm 2 \\ 0, & |k| > 2 \end{cases}; \quad c_k = \begin{cases} 0, & k \neq \pm 1 \\ a_1, & k = 1 \\ a_{-1}, & k = -1 \end{cases}$$

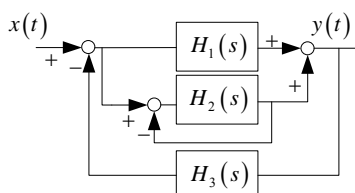
$$y(t) = a_1 e^{j\omega_0 t} + a_{-1} e^{-j\omega_0 t} = \frac{4}{\pi} \sin(\omega_0 t)$$



6

3. Strukturni blok dijagram kontinualnog sistema prikazan je na slici 3.1.

a) Odrediti ekvivalentnu funkciju prenosa celog sistema.



Slika 3.1.

$$\text{Funkcija prenosa celog sistema je } G(s) = \frac{H_1 + \frac{H_2}{1+H_2}}{1 + \left(H_1 + \frac{H_2}{1+H_2} \right) H_3}.$$

7

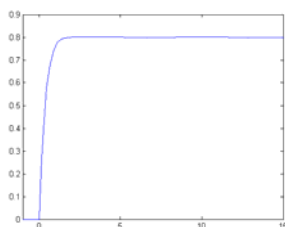
b) Ukoliko su navedeni blokovi kauzalni sa funkcijama prenosa $H_1(s) = 1/(s+2)$, $H_2(s) = 1/(s+1)$ i $H_3(s) = 1/(s+4)$, ispitati stabilnost celog sistema.

Za navedene pojedinačne funkcije prenosa dobija se funkcija prenosa $G(s) = \frac{2s+8}{s^2+6s+10}$. Polovi sistema su koreni polinoma $f(s) = s^2 + 6s + 10$. Kako su polovi $p_{1,2} = -3 \pm j$ u levoj poluravni s ravni, sistem je stabilan.

5

c) Za vrednosti pojedinih blokova iz prethodne tačke sračunati Laplace-ovu transformaciju odskočnog odziva celog sistema, odrediti njen vremenski oblik i skicirati je.

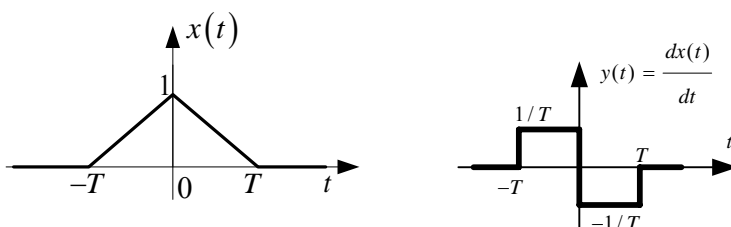
Laplaceova transformacija odskočnog odziva je $S(s) = \frac{2s+8}{s(s^2+6s+10)}$. Odskočni odziv se dobija inverznom Laplaceovom transformacijom $S(s)$, $s(t) = 0.8[1 - e^{-3t}(\cos t + 0.5 \sin t)]u(t)$. Odskočni odziv je skiciran na sledećoj slici.



8

4. Za kontinualni signal $x(t)$ prikazan na slici 4.1

a) Odrediti Fourier-ovu transformaciju.

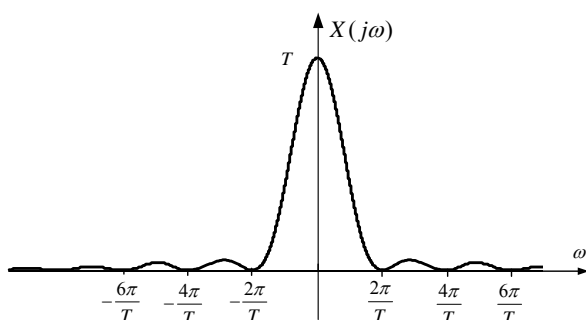


$$Y(j\omega) = j\omega X(j\omega); Y(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t)e^{-j\omega t} dt = \int_{-T}^0 \frac{1}{T} e^{-j\omega t} dt - \int_0^T \frac{1}{T} e^{-j\omega t} dt = \frac{2[\cos(\omega T) - 1]}{j\omega T}$$

$$X(j\omega) = \frac{2[1 - \cos(\omega T)]}{T\omega^2}$$

8

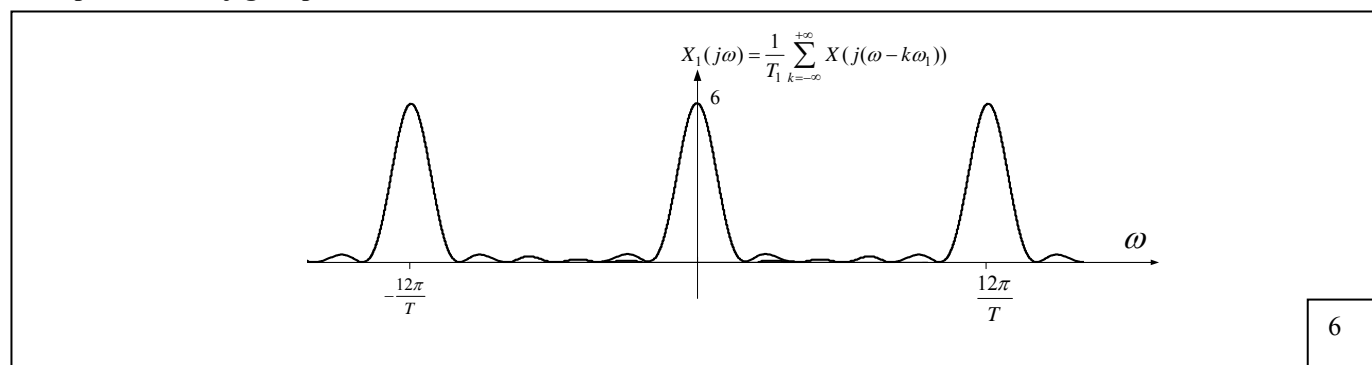
b) Skicirati spektar ovog signala i na osnovu njega predložiti periodu odabiranja T kojom bi se ovaj signal mogao odabirati.



$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = 2\frac{6\pi}{T} \Rightarrow T_1 = \frac{T}{6}$$

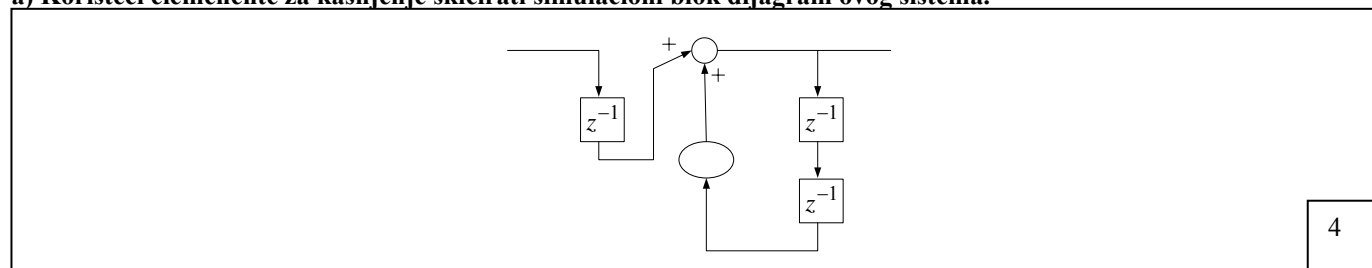
6

c) Napisati izraz za spektar signala koji se dobija nakon odabiranja sa periodom odabiranja predloženom u prethodnoj tački pa skicirati njegov spektar.



5. Kauzalni sistem je opisan diferencnom jednačinom $y[n] - 0.25y[n-2] = x[n-1]$.

a) Koristeći elemente za kašnjenje skicirati simulacioni blok dijagram ovog sistema.



b) Odrediti funkciju diskretnog prenosa sistema $H(z)$.

Funkcija diskretnog prenosa sistema glasi $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}}{1 - 0.25z^{-2}} = \frac{z}{z^2 - 0.25}$.

c) Ispitati stabilnost navedenog diskretnog sistema.

Polovi sistema su koreni polinoma $f(z) = z^2 - 0.25$. Kako su polovi $p_{1,2} = \pm 0.5$ u unutrašnjosti jedinične kružnice z ravni, sistem je stabilan.

d) Sračunati impulsni odziv sistema $h[n]$.

Impulsni odziv sistema se dobija inverznom Z transformacijom $H(z)$, $h[n] = 0.5^n (1 - (-1)^n) u[n]$.

e) Odrediti odziv ovog sistema $y[n]$ ako se na njegov ulaz dovede signal $x[n] = 2\delta[n] - \delta[n-2]$.

Odziv ovog sistema je $y[n] = 2 \cdot 0.5^n (1 - (-1)^n) u[n] - 0.5^{n-2} (1 - (-1)^{n-2}) u[n-2]$.