

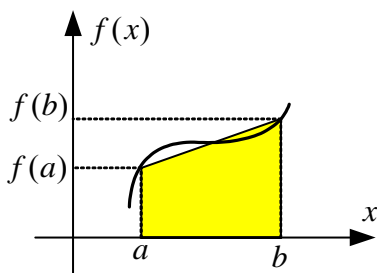
## Primer numeričke integracije u Matlabu

**Zadatak:** primenom trapeznog pravila numeričke integracije, rešiti sledeći integral<sup>1</sup>:

$$I(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jkx} dx; \quad k \in R, \quad j = \sqrt{-1}$$

### Rešenje:

Trapezno pravilo predstavlja jedan od načina za aproksimativno rešavanje integrala i ilustrovano je slikom 1.



Integral funkcije  $f(\cdot)$  na intervalu  $[a, b]$  može se aproksimativno izračunati kao površina osenčenog trapeza na slici 1:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{f(a) + f(b)}{2} (b - a)$$

Podelom intervala integracije na manje segmente i primenom trapeznog pravila na svaki od njih, greška proračuna se, u principu, smanjuje. U slučaju deo-po-deo linearnih funkcija, sa odgovarajuće izabranom segmentacijom intervala integracije, trapezno pravilo daje egzaktno rešenje.

Slika 1. Trapezno pravilo

Sledeći Matlab program izračunava vrednost traženog integrala za nekoliko vrednosti promenljive  $k$ . Kako je praktično nemoguće izvršiti numeričku integraciju na beskonačnom intervalu, uvedena je promenljiva  $G$ , koja predstavlja gornju granicu integracije (donja je  $-G$ ).

```
% raspodela tacaka za integraciju
G=50; dx=0.1; x=-G:dx:G; NX=length(x);

% vrednosti k za koje se racuna integral
N=2; dk=0.1; K=-N:dk:N; NK=length(K);

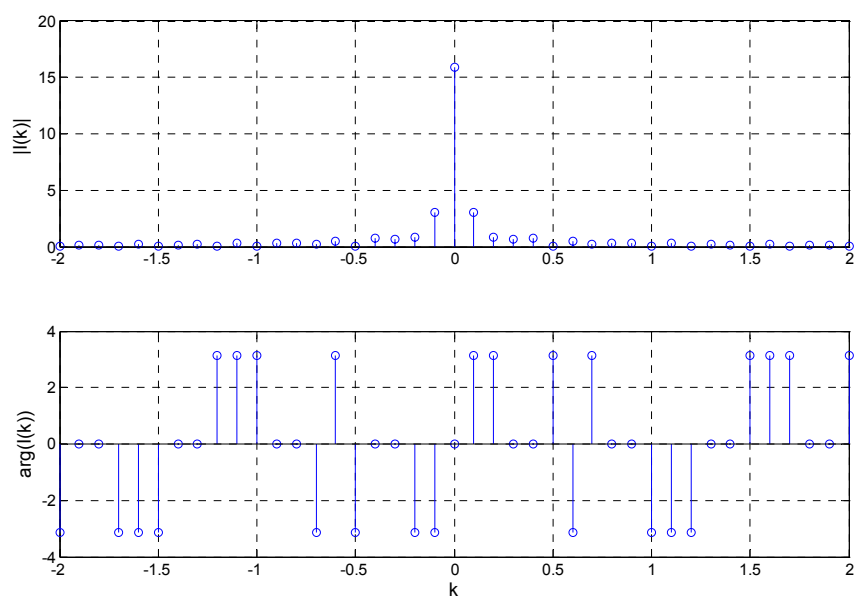
% petlja za razlicite vrednosti k
for k=1:NK
    I(k)=0; % suma se racuna akumulacijom (od nule)
    % petlja integracije
    for i=1:NX-1
        delta=dx*( exp(j*K(k)*x(i)) + exp(j*K(k)*x(i+1)) )/2; % trapezno pravilo
        I(k) = I(k) + delta; % akumulacija
    end
    I(k)=I(k)/(2*pi); % normalizovanje datom konstantom
end

figure(1);
subplot(2,1,1); stem(K,abs(I)); grid;
subplot(2,1,2); stem(K,angle(I)); grid;

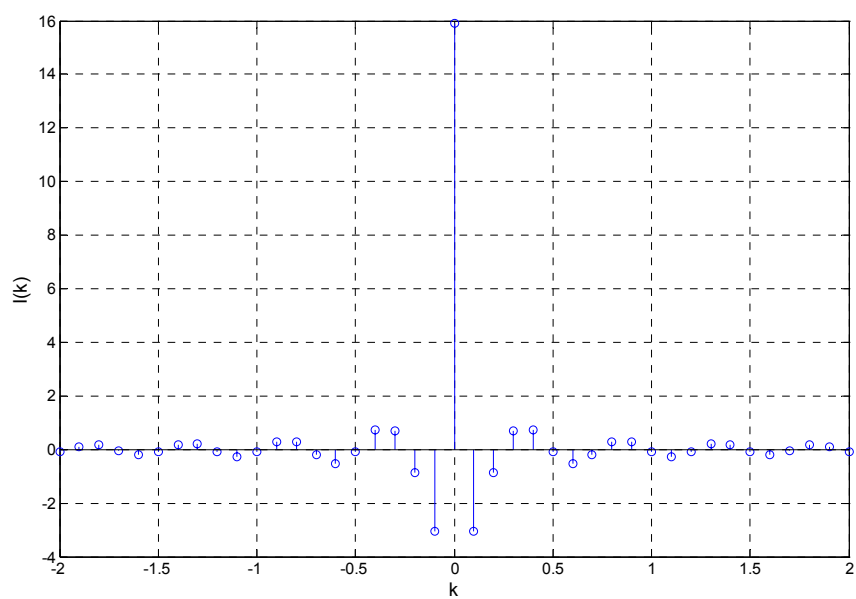
figure(2);
stem(K,I); grid;
```

Rezultati su dati slikama 2 i 3. Kako se numerička integracija za dato  $k$  svodi na sumaciju kompleksnih vrednosti, Matlab rezultat tretira kao kompleksan broj. Međutim, sa slike 2 se vidi da argument rezultata sumacije uzima vrednosti 0 ili  $\pm\pi$ . Dakle,  $I(k)$  izračunato na opisani način je realan broj za svako  $k$ , što je prikazano na slici 3.

<sup>1</sup> Poznato je da je rešenje datog integrala upravo Dirakova delta funkcija  $\delta(k)$ .

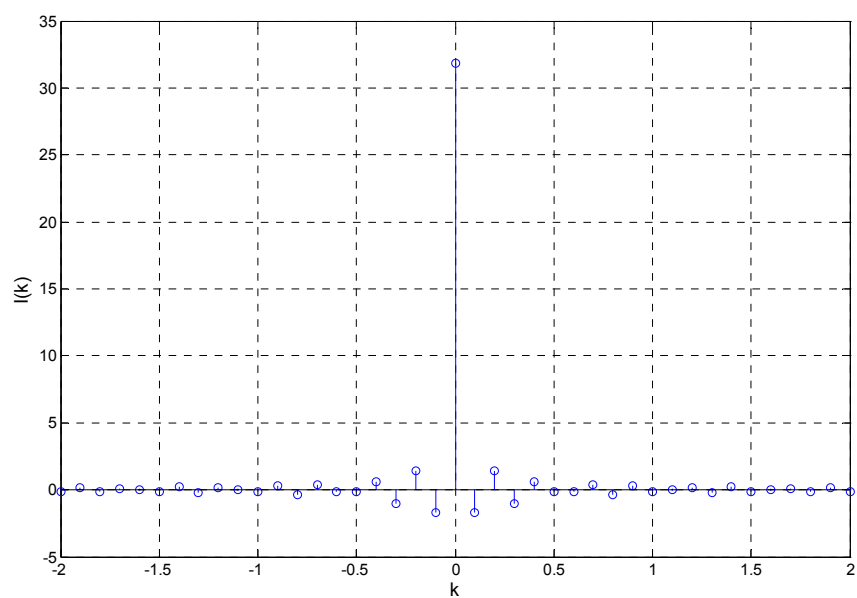


Slika 2. Rezultat numeričke integracije za  $G = 50$

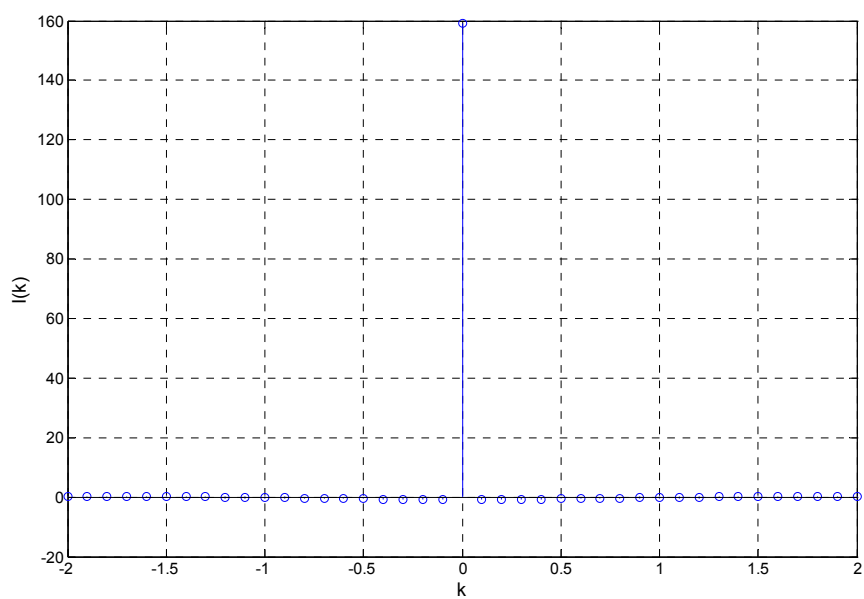


Slika 3. Realni deo rezultata numeričke integracije za  $G = 50$

Rezultati dobijeni proširenjem intervala integracije prikazani su slikama 4 i 5. Sa slika se vidi da rešenje teži Dirakovoj delta funkciji kako  $G \rightarrow +\infty$ .



*Slika 4.* Rezultat numeričke integracije za  $G = 100$



*Slika 5.* Rezultat numeričke integracije za  $G = 500$