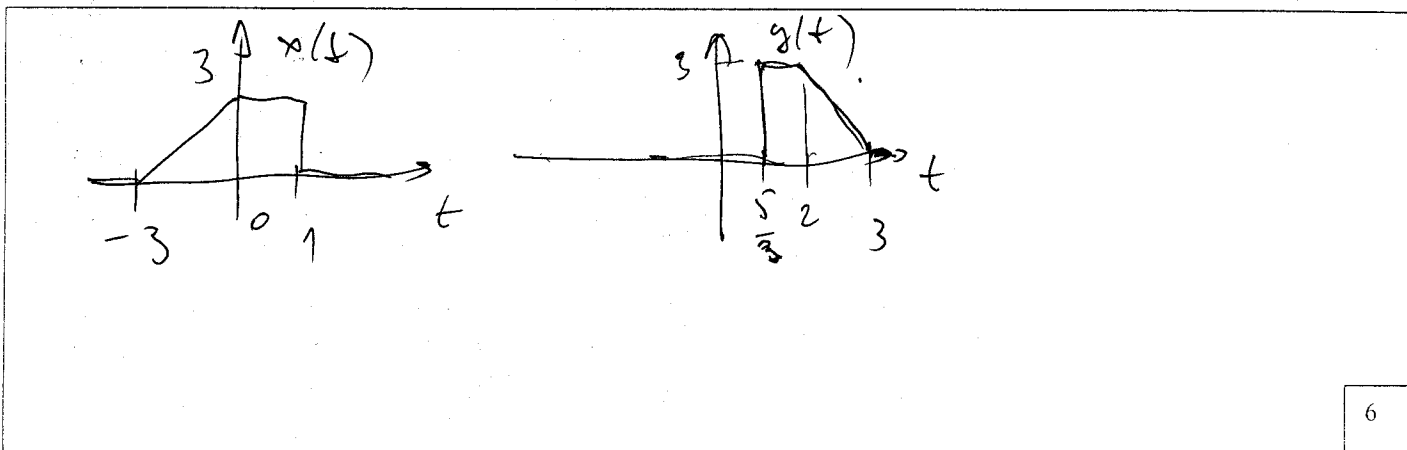
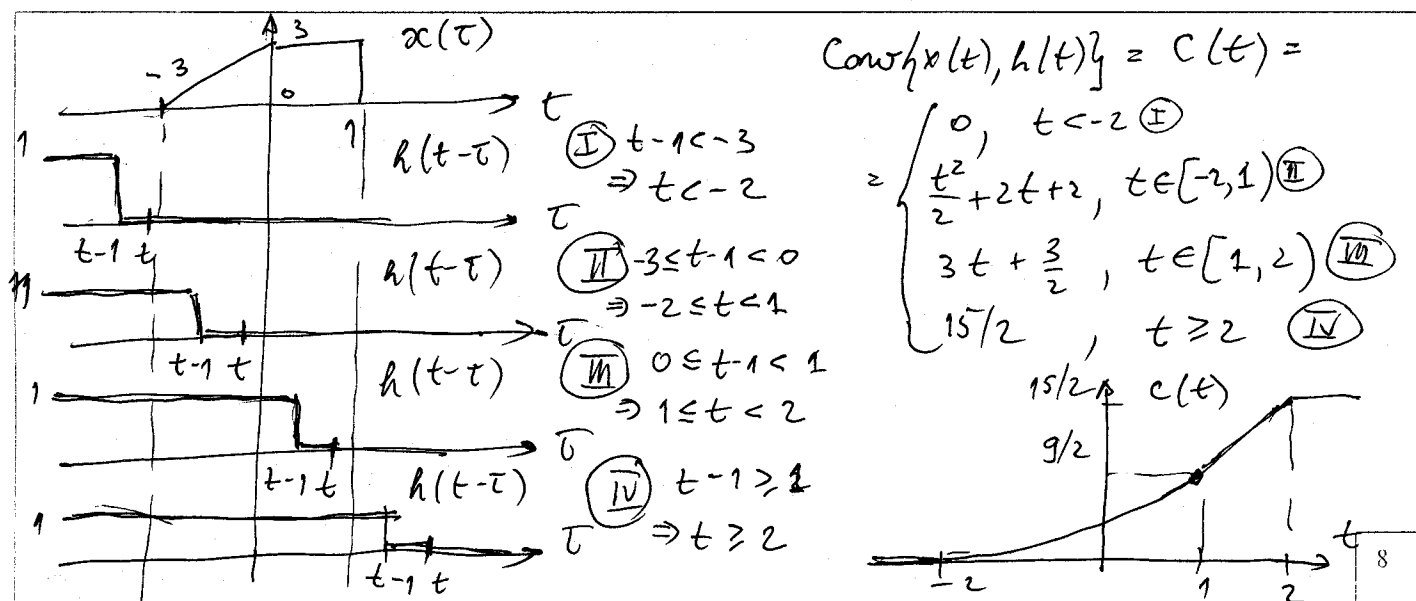


| | | | | |
|----------------|---------------|--------|-----------|-------|
| Ime i prezime: | Broj indeksa: | Odsek: | Grupa LAB | Zbir: |
|----------------|---------------|--------|-----------|-------|

1. a) Skicirati kontinualni signal $x(t) = (t+3)[u(t+3) - u(t)] + 3[u(t) - u(t-1)]$, gde je sa $u(t)$ označena jedinični odskočni (Hevisajdov) signal i na osnovu njega formirati i skicirati signal $y(t) = x(6-3t)$.



b) Sračunati i skicirati signal $z(t)$ koji se dobija kao konvolucija signala $x(t)$ i signala $h(t) = u(t-1)$



c) Za sistem, čiji je impulsni odziv $h(t)$ iz prethodne tačke, utvrditi da li je stabilan i da li je sa memorijom. Odrediti jedinični odskočni odziv $s(t)$ tog sistema.

$(\exists t) h(t \neq 0) \neq \emptyset \Rightarrow$ SA MEMORIJOM

$h(t) = u(t-1) \Rightarrow H(s) = \frac{e^{-s}}{s}$, F-ja PROOSTA IMA POL $p=0$

$\text{Re}\{p\} \neq \emptyset \Rightarrow$ MOJE BIBO STABILAN

$S(s) = H(s) \cdot U(s) = \frac{e^{-s}}{s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{e^{-s}}{s^2} \Rightarrow s(t) = (t-1)u(t-1)$

2. a) Za periodični signal $x(t) = \sin(at) + \sin^2(2at)$, gde je $a = 2 \text{ rad/s}$, odrediti osnovnu učestanost ω_0 signala, koeficijente Fourier-ovog reda i ispitati konvergenciju dobijenog reda.

$$x(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(4at) + \cos\left(at - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\omega_0 = \text{NZD}(4a, a) = a, \quad a_0 = \frac{1}{2} \quad a_1 = \frac{1}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad a_{-1} = a_1^* = \frac{1}{2} e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$a_4 = -\frac{1}{4} \quad a_{-4} = a_4^* = -\frac{1}{4}$$

$x(t)$ neprekidna u okolini osnovne periode,
po oba kriterijuma \Rightarrow KONVERGENCIJA REDA

10

b) Ako se signal $x(t)$ dovede na ulaz idealnog niskopropusnog filtra čiji je frekvencijski spektar

$$H(j\omega) = \begin{cases} 4, & |\omega| \leq 3a \\ 0, & |\omega| > 3a \end{cases} \quad \text{odrediti odziv ovog filtra } y(t) \text{ i skicirati ga.}$$

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} H(jk\omega_0) a_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$= 4 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega_0 t} + \frac{1}{2} e^{j\frac{\pi}{2}} e^{-j\omega_0 t} \right)$$

$$= 2 + 4 \cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right)$$

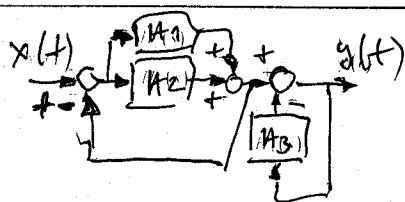
FILTR ODSECA
KOMPONENTE

$$a_4 e^{j4\omega_0 t}, a_{-4} e^{-j4\omega_0 t}$$

10

3. Strukturni blok dijagram kontinualnog sistema prikazan je na slici 3.1.

a) Odrediti ekvivalentnu funkciju prenosa celog sistema.



Slika 3.1.

$$H_e(s) = \frac{H_1(s) H_2(s)}{1 + H_1(s) + H_2(s)} \cdot \frac{1}{1 + H_3(s)}$$

6

b) Ukoliko su navedeni blokovi kauzalni sa funkcijama prenosa $H_1(s) = 5/(s+5)$, $H_2(s) = 1/(s+1)$ i $H_3(s) = 1/s$, ispitati stabilnost celog sistema.

$$H_e(s) = \frac{6s+10}{s^2+12s+15} \cdot \frac{s}{s+1}$$

POLOVI SISTEMA SU:

$$p \in \{-1, -10.58, -1.42\}$$

svi imaju $\text{Re}\{p\} < 0 \Rightarrow$ SISTEM STABILAN

5

4. Odskočni odziv jednog kontinualnog LTI sistema glasi: $s(t) = [2 + e^{-t}]u(t)$.

a) Odrediti funkciju prenosa $H(s)$ ovog sistema.

$$S(s) = \mathcal{L}\{s(t)\} = \frac{2}{s} + \frac{1}{s+1} = \frac{3s+2}{s(s+1)}$$

$$S(s) = H(s) \cdot U(s) = H(s) \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow H(s) = s \cdot S(s) = \frac{3s+2}{s+1}$$

6

b) Da li je moguće i zašto primeniti granične teoreme Laplace-ove transformacije na funkciju $H(s)$, pa ako jeste njihovom primenom odrediti $h(0)$ i $h(\infty)$.

JEDIN POL SISTEMA JE $p = -1 \Rightarrow$ SISTEM JE BIBO STABILAN

MOGU SE PRIMENITI OBE TEOREME

$$h(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot H(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{3s^2 + 2s}{s+1} = \lim_{s \rightarrow \infty} 3s = \infty$$

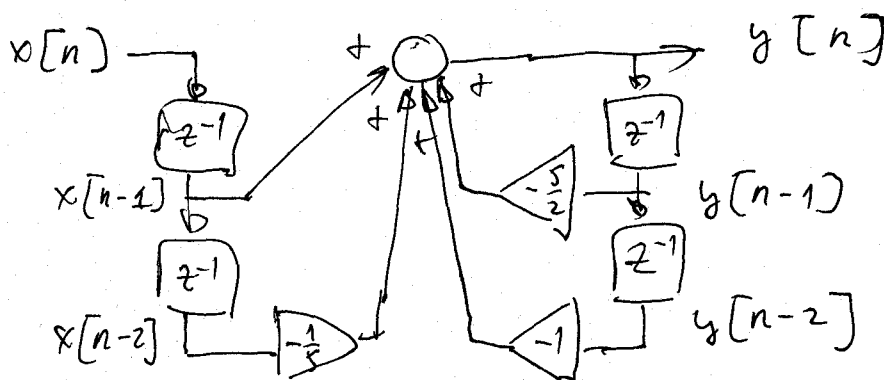
$$h(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{3s^2 + 2s}{s+1} = \lim_{s \rightarrow 0} 2s = 0$$

6

5. Kauzalni sistem je opisan diferencnom jednačinom $y[n] + \frac{5}{2}y[n-1] + y[n-2] = x[n-1] - \frac{1}{5}x[n-2]$.

a) Koristeći elemente za kašnjenje skicirati simulacioni blok dijagram ovog sistema.

JEDNA OD MOGUĆIH REALIZACIJA:



5

b) Odrediti funkciju diskretnog prenosa sistema $H(z)$.

Z-TRANSF. DIFERENCNE JEDNAČINE (POČ. USLOVI JEDNAKI NULI)

$$Y(z) + \frac{5}{2}z^{-1}Y(z) + z^{-2}Y(z) = z^{-1}X(z) - \frac{1}{5}z^{-2}X(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z - \frac{1}{5}}{z^2 + \frac{5}{2}z + 1}$$

5

c) Ispitati stabilnost navedenog diskretnog sistema.

POLOVI SISTEMA SU $p \in \{-2, -\frac{1}{2}\}$

POL $p_1 = -2$ IMA $|p_1| = 2$ I NALEZI SE VAN JEDINIČNOG KRUGA
 \Rightarrow SISTEM NIJE STABILAN

5

d) Sračunati impulsni odziv sistema $h[n]$.

$$h[n] = -\frac{1}{5} \delta[n] - \frac{11}{15} (-2)^n u[n] + \frac{14}{15} \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

5

e) Odrediti odziv ovog sistema $y[n]$ ako se na njegov ulaz dovede signal $x[n] = \delta[n] - \delta[n-2]$.

LTI SISTEM \Rightarrow VAŽI PRINCIP SUPERPOZICIJE + STACIONARNOST

$$x_1[n] = \delta[n] \rightarrow y_1[n] = h[n]$$

$$x_2[n] = \delta[n-2] \rightarrow y_2[n] = h[n-2]$$

$$x = x_1[n] + x_2[n] \rightarrow y[n] = h[n] - h[n-2]$$

5

6. Zaokružiti jedan od ponuđenih odgovora:

Invertibilni LTI sistem bez memorije (a) je kauzalan; b) ima inverzni sistem koji mora biti sa memorijom; c) ima inverzni sistem koji mora biti BIBO stabilan; d) ima inverzni sistem koji mora biti BIBO nestabilan; e) ima antikauzalni impulsni odziv.

LTI diskretni sistem koji je BIBO stabilan a) mora imati sve polove sa negativnim realnim delom; b) mora imati sve nule i polove unutar jediničnog kruga; (c) mora imati sve polove unutar jediničnog kruga; d) mora imati sve nule i polove sa negativnim realnim delom; e) ima impulsni odziv koji ne divergira u beskonačnost.

Stacionaran kontinualan sistem a) mora biti linearan; b) zadovoljava princip superpozicije; c) mora biti kauzalan; d) uvek ima memoriju; (d) ima odziv koji ne zavisi od vremena pojavljivanja pobude; e) mora biti BIBO stabilan.

Z - transformacije dva različita diskretna signala a) uvek moraju biti različite; b) moraju imati makar jedan različiti pol ili nulu; (c) mogu biti jednake sa različitim oblastima konvergencije.

Fourier-ova transformacija kontinualnog signala je a) diskretna i periodična po učestanostima; b) diskretna i aperiodična po učestanostima; c) kontinualna i periodična po učestanostima; (d) kontinualna i aperiodična po učestanostima

Učestanost odabiranja kontinualnog signala mora biti a) zavisna od amplitude signala; zavisna od jednosmerne komponente signala; (c) zavisna od najviše učestanosti u frekvencijskom spektru signala; d) zavisna od komponente signala najizraženijeg harmonika signala