

Prateći materijal uz treći domaći zadatak

1. Formiranje spektra signala

Komanda `fft` može se koristiti za izračunavanje Fourierove transformacije signala. Pretpostavlja se da je signal semplovani odgovarajućom učestanošću odabiranja. Osnovna sintaksa naredbe je:

$$\mathbf{x_f} = \text{fft}(\mathbf{x_t})$$

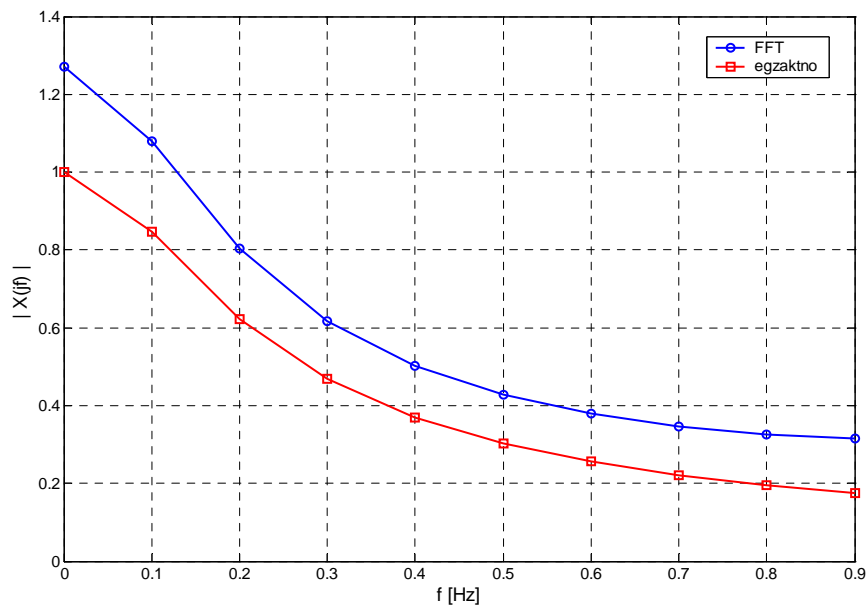
gde je $\mathbf{x_t}$ vektor odbiraka signala u vremenskom domenu, a $\mathbf{x_f}$ vektor vrednosti Fourierove transformacije signala $\mathbf{x_t}$, izračunate za diskretne vrednosti učestanosti.

Primer 1:

$$x(t) = e^{-t}u(t) \Rightarrow X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{1+j\omega} \Rightarrow |X(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}}$$

Program 1

```
Ts=0.5; % perioda odabiranja
fs=1/Ts; % ucestanost odabiranja
t=0:Ts:10-Ts; % vektor diskretnih trenutaka vremena
N=length(t); % broj odbiraka signala
x=exp(-t); % odbirci signala
X=Ts*fft(x); % odbirci Fourierove transformacije
mX = abs(X); % moduo spektra
fX = unwrap(angle(X)); % faza spektra
df = fs/N; % inkrement ucestanosti
f=0:df:(N/2-1)*df; % vektor diskretnih vrednosti ucestanosti
mX_egz=1./sqrt(1+(2*pi*f).^2); % stvarna vrednost modula spektra
figure(1); plot(f,mX(1:N/2),f,mX_egz,'r');
```



Slika 1.

Kako je učestanost odabiranja $f_s = 2 [Hz]$, maksimalna učestanost u spektru signala iznosi $f_s / 2 = 1 [Hz]$. Diskretne vrednosti učestanosti u kojima se izračunava Fourierova transformacija signala su:

$$f = 0, \frac{f_s}{N}, 2\frac{f_s}{N}, \dots, \left(\frac{N}{2}-1\right)\frac{f_s}{N}$$

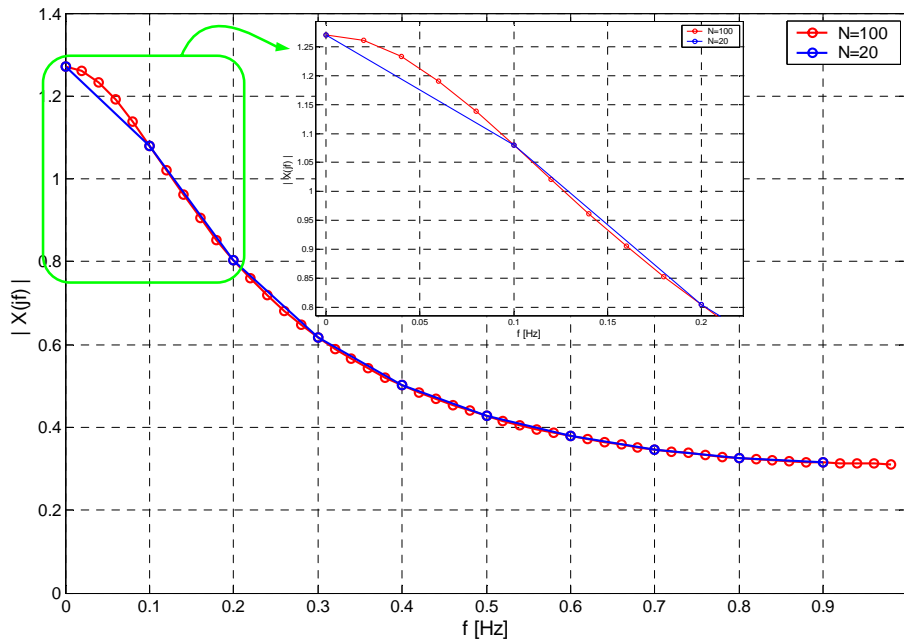
gde je N broj odbiraka signala u vremenskom domenu. Dakle, koristan deo spektra čine odbirci $\mathbf{x(0)}, \mathbf{x(1)}, \dots, \mathbf{x(N/2-1)}$. Druga polovina odbiraka identična je prvoj polovini, uz refleksiju oko prave $f = f_s / 2$. Kako je spektar signala dobijenog odabiranjem

$$X(j\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(j(\omega - n\omega_s))$$

rezultat dobijen primenom naredbe `fft` treba pomnožiti periodom odabiranja T_s . Rezultat je prikazan slikom 1. Može se primetiti da je moduo spektra izračunat na opisani način izdignut u odnosu na stvarni moduo spektra signala, što je posledica efekta aliasing-a.

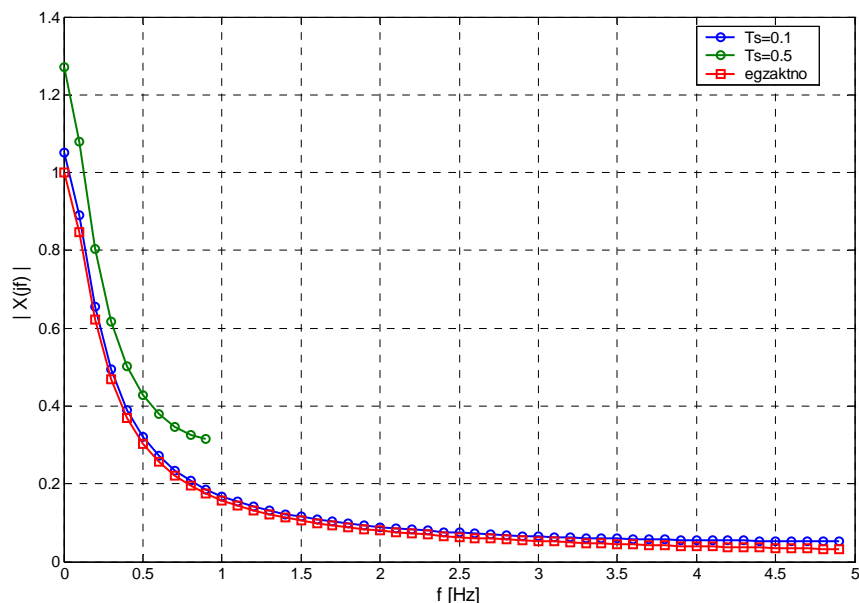
Povećanje broja odbiraka, uz zadržavanje iste periode odabiranja, ne doprinosi proširenju korisnog spektra (maksimalna učestanost u spektru signala i dalje iznosi $f_s / 2 = 1 [\text{Hz}]$.), ali ima za posledicu izračunavanje spektra signala u većem broju tačaka (povećanje rezolucije), što se može videti sa slike 2, koja je generisana programom 1, zamenom treće linije koda linijom

`t=0:Ts:50-Ts;`



Slika 2.

Smanjenje periode odabiranja proširuje koristan deo spektra i umanjuje efekat aliasing-a, što se vidi sa slike 3.



Slika 3.

2. Filtracija signala

Komanda `butter` može se koristiti za definisanje Butterworth-ovog filtra željenog reda. Osnovna sintaksa komande za formiranje niskopropusnog filtra je:

```
[B,A] = butter(N,Wn,'s');
```

gde su N red filtra, W_n učestanost odsecanja, B koeficijenti polinoma u brojiocu funkcije prenosa, a A koeficijenti polinoma u imeniocu funkcije prenosa. Funkcija prenosa može se definisati komandom:

```
NF = tf(B,A);
```

Ako je definisan ulazni signal filtra x , kao i odgovarajući vektor vremenskih trenutaka t , tada se signal na izlazu filtra može generisati komandom:

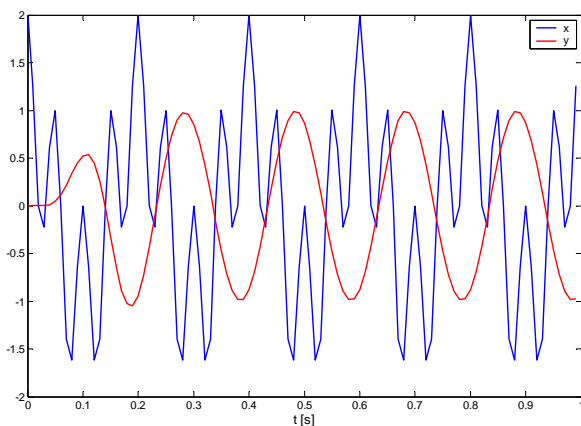
```
y = lsim(NF,x,t);
```

Primer 2 (Filtracija sume dva prostoperiodična signala):

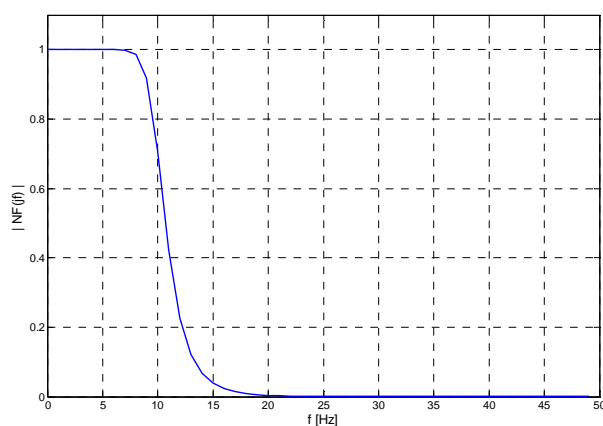
NF filtracija - propuštanje prostoperiodične komponente niže učestanosti. Učestanosti komponenti su $5[Hz]$ i $20[Hz]$. Rezultati su prikazani slikama 4-7.

Program 2

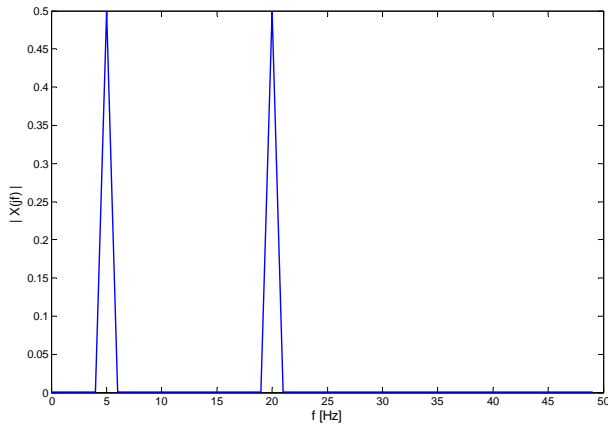
```
Ts=0.01; % perioda odabiranja
t=0:Ts:1-Ts; % vektor diskretnih trenutaka vremena
N=length(t); % broj odbiraka signala
fr1 = 5;
fr2 = 20;
x = cos(2*pi*fr1*t) + cos(2*pi*fr2*t); % ulazni signal
[B,A] = butter(8,2*pi*10,'s'); % koeficijenti NF filtra
NF = tf(B,A); % funkcija prenosa filtra
y=lsim(NF,x,t); % izlazni signal
fs=1/Ts; % ucestanost odabiranja
df = fs/N; % inkrement ucestanosti
f=0:df:(N/2-1)*df; % vektor diskretnih vrednosti ucestanosti
X=Ts*fft(x); % odbirci Fourierove transformacije ulaza
Y=Ts*fft(y); % odbirci Fourierove transformacije izlaza
[mag,pha] = bode(NF,2*pi*f); % amplitudska i fazna karakteristika filtra
m(1,:) = mag(1,1,:); % amplitudska karakteristika filtra kao vektor
figure(1); plot(t,x,t,y,'r');
figure(2); plot(f,abs(X(1:N/2)));
figure(3); plot(f,abs(Y(1:N/2)));
figure(4); plot(f,m);
```



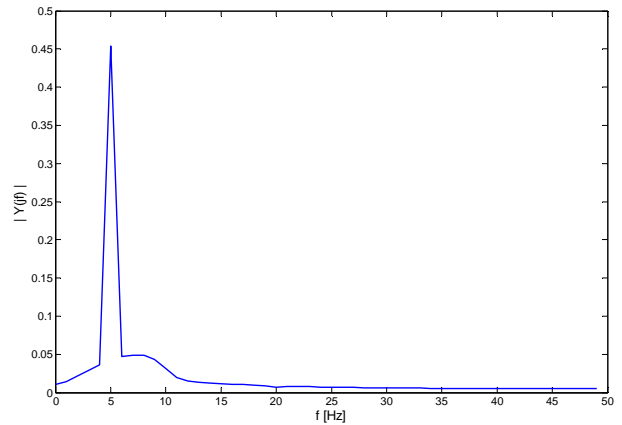
Slika 4.



Slika 5.



Slika 6.

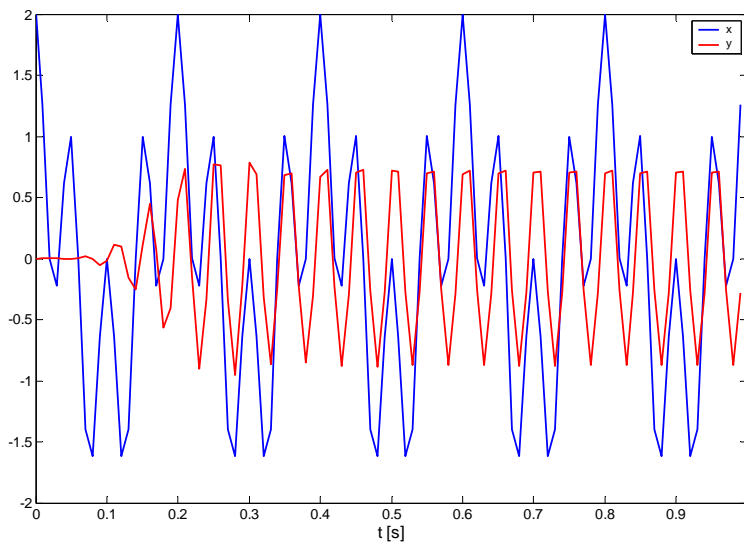


Slika 7.

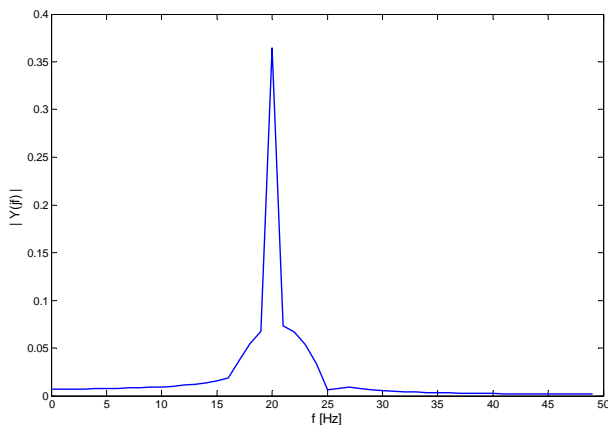
BF filtracija - propuštanje prostoperiodične komponente više učestanosti, implementacijom filtra propusnika opsega učestanosti. Koeficijenti filtra propusnika opsega učestanosti mogu se dobiti korišćenjem modifikovane forme naredbe `butter`, kod koje je drugi argument vektor dimenzije 2, gde je prva komponenta vektora donja, a druga gornja učestanost odsecanja BF filtra. Dakle, linija 7 programa 2 je:

```
[B,A] = butter(8,[2*pi*15 2*pi*25],'s');
```

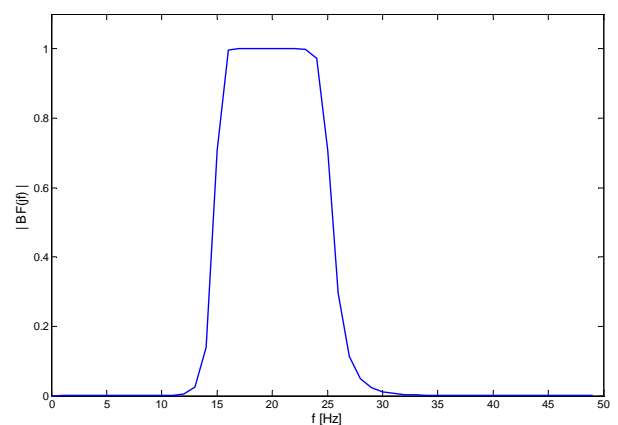
Rezultati su prikazani slikama 8-10.



Slika 8.



Slika 9.



Slika 10.