

ZADACI IZ DISKRETNE MATEMATIKE

1. Izračunati vrednost $f_2(2, 2)$ aritmetičke funkcije $f_2(x, y) = x \cdot y$ ($f_2(x, 0) = 0$), ukoliko pretpostavimo da je data aritmetička funkcija $f_1(x, y) = x + y$ (pri računanju vrednosti koristiti rekurzivan zapis za funkciju $f_2(x, y)$).

2. Izračunati vrednost $f_3(2, 2)$ aritmetičke funkcije $f_3(x, y) = x^y$ ($f_3(x, 0) = 1$), ukoliko pretpostavimo da je data aritmetička funkcija $f_2(x, y) = x \cdot y$ (pri računanju vrednosti koristiti rekurzivan zapis za funkciju $f_3(x, y)$).

3. Izračunati vrednost $f_4(2, 2)$ aritmetičke funkcije $f_4(x, y) = x^{x^{\dots^x}}$ gde se vrednost x javlja $y+1$ puta ($f_4(x, 0) = x$), ukoliko pretpostavimo da je data aritmetička funkcija $f_3(x, y) = x^y$ (pri računanju vrednosti koristiti rekurzivan zapis za funkciju $f_4(x, y)$).

4. Izračunati vrednost $f_5(4, 2)$ aritmetičke funkcije $f_6(x, y) = x \dot{-} y = \begin{cases} x - y & : x \geq y, \\ 0 & : x < y; \end{cases}$ ukoliko pretpostavimo da je data aritmetička funkcija $f_5(x) = x \dot{-} 1$.

5. Izračunati vrednost $f_{10}(6)$ aritmetičke funkcije $f_{10}(x) = x!$, ukoliko pretpostavimo da je data aritmetička funkcija $f_2(x, y) = x \cdot y$ (pri računanju vrednosti koristiti rekurzivan zapis za funkciju $f_{10}(x, y)$).

6. Neka je na traci TURINGove mašine kodiran broj 10 sa uzastopnih 11 jedinica i neka je glava za čitanje i pisanje na poziciji prve jedinice sa leve strane. Šta je rezultat programa f :

$$\begin{aligned} f(q_0, 1) &= (q_1, 1, 1), \\ f(q_1, 1) &= (q_1, 1, 1), \\ f(q_1, b) &= (q_2, 1, 1), \\ f(q_2, b) &= (q_+, 1, -1). \end{aligned}$$

7. Neka je na traci TURINGove mašine broj 19 binarno kodiran i neka je glava za čitanje i pisanje na poziciji jedinice najveće težine. Šta je rezultat programa f :

$$\begin{aligned} f(q_0, 1) &= (q_1, 1, 1), \\ f(q_1, 1) &= (q_1, 1, 1), \\ f(q_1, 0) &= (q_1, 0, 1), \\ f(q_1, b) &= (q_2, 0, 1), \\ f(q_2, b) &= (q_+, 0, -1). \end{aligned}$$

8. Predložiti jedan algoritam za sortiranje niza a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 realnih brojeva u neopadajući poredak. Za predloženi algoritam proceniti maksimalni broj zamena u nizu.

9. Neka je data regularna matrica $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ i vektor $b = [b_i] \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$. Odrediti maksimalni broj elementarnih operacija koji se koristi prilikom određivanja rešenja sistema $Ax = b$, ukoliko se rešenje traži po formuli $x = A^{-1}b$.

10. Transformisati sledeću formulu u preneks normalan oblik:

$$(\forall x)(\forall y) \left((\exists u)Q(x, y, u) \implies (\exists z)(P(x, z) \wedge P(y, z)) \right).$$

11. Transformisati sledeću formulu u preneks normalan oblik:

$$(\forall x)(\forall y) \left((\exists z)P(x, y, z) \wedge ((\exists v)\neg Q(y, v) \implies (\exists u)\neg Q(x, u)) \right).$$

12. Odrediti skup sastavaka formule:

$$(\forall y)(\forall x)A(x, y) \implies (\exists x)(\forall y)A(x, y).$$

13. Za sledeći skup sastavaka:

$$\mathcal{S} = \{A(a), B(x), \neg A(y) \vee \neg B(f(y)), \}$$

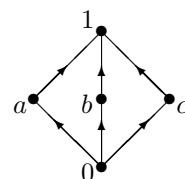
odrediti HEBRANDov domen. Da li je moguće odrediti skup osnovnih primera sastavaka iz koga sleduje po principu rezolucije prazan sastavak \square ?

14. Odrediti kompoziciju $\alpha\beta$ supstitucija:

$$\alpha = \{x \rightarrow a, y \rightarrow f(x), z \rightarrow y\}, \beta = \{x \rightarrow f(a), y \rightarrow z\}.$$

15. Primenom pravila izvođenja modus ponens i generalizacija iz sledećih formula: $A(x) \wedge B(x), (A(x) \wedge B(x)) \implies A(x), (A(x) \wedge B(x)) \implies B(x)$ izvesti redom formule $(\forall x)A(x)$ i $(\forall x)B(x)$.

16. Na slici je prikazan HASSEov dijagram \mathcal{S} -mreže (A, ρ) , gde je skup $A = \{0, a, b, c, 1\}$. Formirati odgovarajuću \mathcal{A} -mrežu.

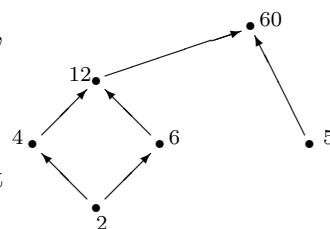


17. Neka je $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ nacrtati HASSEov dijagram strukture $(D, |)$, gde je $|$ relacija deljivosti prirodnih brojeva. Ispitati da li je uredjen par $(D, |)$ mreža. Odrediti najmanji, najveći, minimalni i maksimalni element (elemente) strukture $(D, |)$.

18. Na slici je prikazan HASSEov dijagram strukture (A, ρ) , gde je skup $A = \{2, 4, 5, 6, 12, 60\}$.

a) Ispitati da li je uredjen par (A, ρ) mreža.

b) Odrediti najmanji, najveći, minimalni i maksimalni element (elemente) strukture (A, ρ) .



- 19.** U aditivnoj grupi $\mathbf{Z}_7 = (Z_7, +_7)$ odrediti red svakog elementa i generatore grupe.
- 20.** U multiplikativnoj grupi $\mathbf{Z}_{11} = (Z_{11} \setminus \{0\}, \cdot_{11})$ odrediti red svakog elementa i generatore grupe.
- 21.** Faktorizirati polinom $P(x) = x^7 - x$ na nesvodljive faktore u polju $\mathbf{GF}(7)$.
- 22.** Konstruirati polje $\mathbf{GF}(4)$ sa elementima $0, 1, \alpha, \beta$. Ispitati da li su polinomi $P(x) = x^2 + x + 1$ i $Q(x) = x^2 + x + \alpha$ ireducibilni nad datim poljem.
- 23.** Dokazati da nad poljem $\mathbf{GF}(3)$ polinomi $P(x) = 2x^3 + x + 1$ i $Q(x) = x^3 + 2x + 1$ imaju iste vrednosti u svakoj tački polja. Naći nad poljem $\mathbf{GF}(3)$ polinom $R(x) = ax + b$ koji ima iste vrednosti sa polinomima $P(x)$ i $Q(x)$ u svakoj tački polja.
- 24.** Neka je dat skup kodnih reči $\mathcal{C} = (Z_2)^3$. Za zadane tri kodne reči: $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$ i $C = (0, 0, 1)$ odrediti skup kodnih reči \mathcal{P} koji se sastoji od kodnih reči $P \in \mathcal{C}$ takvih da za $d_1 = d(A, P)$, $d_2 = d(B, P)$ i $d_3 = d(C, P)$ važi:

$$d_1 + d_2 > d_3 \quad \text{i} \quad d_2 + d_3 > d_1 \quad \text{i} \quad d_3 + d_1 > d_2.$$

KOMBINACIJE IZ DISKRETNE MATEMATIKE

B01	3	21
B02	4	14
B03	1	23
B04	6	16
B05	2	22
B06	7	15
B07	9	13
B08	11	18
B09	5	15
B10	12	19
B11	14	21
B12	10	17
B13	15	22
B14	2	11
B15	15	23
B16	8	14
B17	10	24
B18	4	20
B19	1	10
B20	13	20
B21	3	13

B22	14	24
B23	4	16
B24	7	19
B25	9	17
B26	8	11
B27	13	19
B28	8	18
B29	7	13
B30	12	20
B31	6	14
B32	15	17
B33	5	13
B34	3	15
B35	1	13
B36	14	18
B37	2	14
B38	11	21
B39	9	10
B40	10	22
B41	5	19
B42	15	24

Za izbor kombinacije iz diskretne matematike važe ista pravila i isti način prijavljivanja kao za kombinacije iz numeričke analize.