

Нумеричка анализа и дискретна математика (Први колоквијум-теоријски део)

Теоријски део колоквијума траје 60 минута. Сваки задатак бодује се са 5 поена. Кандидат је успешно положио теоријски део уколико освоји најмање 20 поена. Рад, као и помоћне коментаре, којима одговарате на постављена питања, можете писати на полеђини листа. Вежбанке и слични додатни папири неће бити прегледани. Молимо Вас да пишете хемијском оловком. Никаква литература није дозвољена за време испита.

Презиме и име	Број индекса	Датум и сала

задатак	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	Σ
поени									

задатак	Текст питања	Решење
1.	Написати облик помоћне функције која се користи у доказу Теореме о општем облику грешке, за интерполацију функције f , полиномима.	$\varphi(s) = f(s) - P_n(s) - \frac{\pi_{n+1}(s)}{\pi_{n+1}(x)}(f(x) - P_n(x)).$
2.	Ако је функција f задана у чворовима x_i , вредностима f_i , одредити облик коначне разлике другог реда у f_i , помоћу вредности функције у чворовима.	$\Delta^2 f_i = f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i.$

3.	Написати општи облик коефицијента a_n , за први Њутнов интерполациони полином.	$a_n = \frac{\Delta^n f_0}{n!h^n}.$
4.	Ако је функција f задана у чворовима x_i , вредностима f_i , показати да је диференцирање могуће извести по формули $f'(x_k) = \frac{\Delta f_k}{h} - \frac{f''(\zeta)}{2}, \text{ за неко } \zeta \in (x_k, x).$	Навести доказ са часа, помоћу развоја функције у Тајлоров ред.
5.	Дефинисати Њутн-Котесове коефицијенте, за извођење интеграционих формула.	$C_i^n = \frac{(-1)^{n-i}}{i!(n-i)!} \int_0^n \frac{t(t-1)(t-2)\dots(t-n)}{t-i} dt.$
6.	Које врсте грешака сачињавају укупну грешку код одређивања грешке нумеричке интеграције?	$R = R_M + r,$ где је прва грешка грешка методе, а друга грешка рачуна.
7.	Дефинисати појам норме матрице A , на бар два различита начина.	$\ A\ _1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n a_{ij} $ $\ A\ _2 = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n a_{ij} .$
8.	Ако је решење једначине лоцирано на интервалу $[a,b]$, и ако је $f'(x)f''(x) > 0$, написати формулу за итерациони процес, методом сечице.	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(b - x_n)}{f(b) - f(x_n)}.$