

Zadaci grupe A za Semestralni rad iz Numeričke analize

1. Izvesti koeficijente prvog i drugog NEWTONovog interpolacionog polinoma. Zadatak uraditi na dva načina. Prvi način, sprovesti dokaz sa časa, a drugi način po izboru kandidata (npr. pomoću podeljenih razlika). Primenujući NEWTONove interpolacione polinome dokazati da je za funkciju f , tabeliranu sa korakom $h > 0$, u ekvidistantnim tačkama, x_0, x_1, x_2, x_3, x_4 numeričko diferenciranje moguće izvesti po formulama:

$$f'(x_0) = \frac{1}{12h}(-25f_0 + 48f_1 - 36f_2 + 16f_3 - 3f_4),$$

$$f'(x_1) = \frac{1}{12h}(-3f_0 - 10f_1 + 18f_2 - 6f_3 + f_4),$$

$$f'(x_2) = \frac{1}{12h}(f_0 - 8f_1 + 8f_3 - f_4),$$

a zatim izvesti i dokazati adekvatne veze za nalaženje izvoda $f'(x_3)$ i $f'(x_4)$.

2. Izvesti formule za nalaženje izvoda višeg reda, numeričkim diferenciranjem. Zadatak treba da sadrži bar 5-6 formula, dobijenih primenom razvoja funkcija u redove, za izvode drugog, trećeg pa do n -tog reda. Takođe, potrebno je razmatrati pitanje greške. (U ovom zadatku student treba da pokaže svoju kreativnost u smislu postavljanja problema, a zatim njegovog dokazivanja).

3. Izvesti NEWTON-COTESove formule reda $n = 3, 4, 5$ i 6 , a zatim odrediti greške numeričke integracije za tako dobijene formule. Kako glasi RUNGEova procena greške za dobijene formule? Na jednoj funkciji demonstrirati dobijene rezultate i uporediti greške.

4. Odrediti koeficijente A_0, A_1, \dots, A_n , tako da formula za numeričku integraciju

$$\int_0^{kh} x^m f(x) dx = A_0 y_0 + A_1 \Delta y_0 + A_2 \Delta^2 y_0 + \dots + A_n \Delta^n y_0 + R(f),$$

bude tačna za polinome što je moguće većeg stepena, a zatim proceniti grešku $R(f)$, gde su $k, m, n \in \mathbf{N}$ prirodni brojevi veći od dva. (Uputstvo: Razmatrati slučajeve kada je n paran, odnosno neparan broj, odvojeno).