

## ZADACI IZ DISKRETNE MATEMATIKE

1. Izračunati vrednost  $f_2(2, 2)$  aritmetičke funkcije  $f_2(x, y) = x \cdot y$  ( $f_2(x, 0) = 0$ ), ukoliko pretpostavimo da je data aritmetička funkcija  $f_1(x, y) = x + y$  (pri računanju vrednosti koristiti rekurzivan zapis za funkciju  $f_2(x, y)$ ).

2. Izračunati vrednost  $f_3(2, 2)$  aritmetičke funkcije  $f_3(x, y) = x^y$  ( $f_3(x, 0) = 1$ ), ukoliko pretpostavimo da je data aritmetička funkcija  $f_2(x, y) = x \cdot y$  (pri računanju vrednosti koristiti rekurzivan zapis za funkciju  $f_3(x, y)$ ).

3. Izračunati vrednost  $f_4(2, 2)$  aritmetičke funkcije  $f_4(x, y) = x^{x^{\dots^x}}$  gde se vrednost  $x$  javlja  $y+1$  puta ( $f_4(x, 0) = x$ ), ukoliko pretpostavimo da je data aritmetička funkcija  $f_3(x, y) = x^y$  (pri računanju vrednosti koristiti rekurzivan zapis za funkciju  $f_4(x, y)$ ).

4. Izračunati vrednost  $f_5(4, 2)$  aritmetičke funkcije  $f_6(x, y) = x \dot{-} y = \begin{cases} x - y & : x \geq y, \\ 0 & : x < y; \end{cases}$  ukoliko pretpostavimo da je data aritmetička funkcija  $f_5(x) = x \dot{-} 1$ .

5. Izračunati vrednost  $f_{10}(6)$  aritmetičke funkcije  $f_{10}(x) = x!$ , ukoliko pretpostavimo da je data aritmetička funkcija  $f_2(x, y) = x \cdot y$  (pri računanju vrednosti koristiti rekurzivan zapis za funkciju  $f_{10}(x, y)$ ).

6. Neka je na traci TURINGove mašine kodiran broj 10 sa uzastopnih 11 jedinica i neka je glava za čitanje i pisanje na poziciji prve jedinice sa leve strane. Šta je rezultat programa  $f$ :

$$\begin{aligned} f(q_0, 1) &= (q_1, 1, 1), \\ f(q_1, 1) &= (q_1, 1, 1), \\ f(q_1, b) &= (q_2, 1, 1), \\ f(q_2, b) &= (q_+, 1, -1). \end{aligned}$$

7. Neka je na traci TURINGove mašine broj 19 binarno kodiran i neka je glava za čitanje i pisanje na poziciji jedinice najveće težine. Šta je rezultat programa  $f$ :

$$\begin{aligned} f(q_0, 1) &= (q_1, 1, 1), \\ f(q_1, 1) &= (q_1, 1, 1), \\ f(q_1, 0) &= (q_1, 0, 1), \\ f(q_1, b) &= (q_2, 0, 1), \\ f(q_2, b) &= (q_+, 0, -1). \end{aligned}$$

8. Predložiti jedan algoritam za sortiranje niza  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  realnih brojeva u neopadajući poredak. Za predloženi algoritam proceniti maksimalni broj zamena u nizu.

9. Neka je data regularna matrica  $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  i vektor  $b = [b_i] \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ . Odrediti maksimalni broj elementarnih operacija koji se koristi prilikom određivanja rešenja sistema  $Ax = b$ , ukoliko se rešenje traži po formuli  $x = A^{-1}b$ .

10. Transformisati sledeću formulu u preneks normalan oblik:

$$(\forall x)(\forall y) \left( (\exists u)Q(x, y, u) \implies (\exists z)(P(x, z) \wedge P(y, z)) \right).$$

11. Transformisati sledeću formulu u preneks normalan oblik:

$$(\forall x)(\forall y) \left( (\exists z)P(x, y, z) \wedge ((\exists v)\neg Q(y, v) \implies (\exists u)\neg Q(x, u)) \right).$$

12. Odrediti skup sastavaka formule:

$$(\forall y)(\forall x)A(x, y) \implies (\exists x)(\forall y)A(x, y).$$

13. Za sledeći skup sastavaka:

$$\mathcal{S} = \{A(a), B(x), \neg A(y) \vee \neg B(f(y)), \}$$

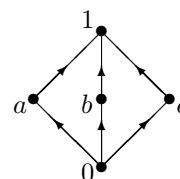
odrediti HEBRANDov domen. Da li je moguće odrediti skup osnovnih primera sastavaka iz koga sleduje po principu rezolucije prazan sastavak  $\square$ ?

14. Odrediti kompoziciju  $\alpha\beta$  supstitucija:

$$\alpha = \{x \rightarrow a, y \rightarrow f(x), z \rightarrow y\}, \beta = \{x \rightarrow f(a), y \rightarrow z\}.$$

15. Primenom pravila izvođenja modus ponens i generalizacija iz sledećih formula:  $A(x) \wedge B(x), (A(x) \wedge B(x)) \implies A(x), (A(x) \wedge B(x)) \implies B(x)$  izvesti redom formule  $(\forall x)A(x)$  i  $(\forall x)B(x)$ .

16. Na slici je prikazan HASSEov dijagram  $\mathcal{S}$ -mreže  $(A, \rho)$ , gde je skup  $A = \{0, a, b, c, 1\}$ . Formirati odgovarajuću  $\mathcal{A}$ -mrežu.

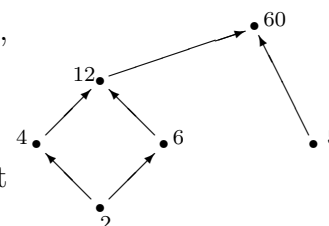


17. Neka je  $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$  nacrtati HASSEov dijagram strukture  $(D, |)$ , gde je  $|$  relacija deljivosti prirodnih brojeva. Ispitati da li je uredjen par  $(D, |)$  mreža. Odrediti najmanji, najveći, minimalni i maksimalni element (elemente) strukture  $(D, |)$ .

18. Na slici je prikazan HASSEov dijagram strukture  $(A, \rho)$ , gde je skup  $A = \{2, 4, 5, 6, 12, 60\}$ .

a) Ispitati da li je uredjen par  $(A, \rho)$  mreža.

b) Odrediti najmanji, najveći, minimalni i maksimalni element (elemente) strukture  $(A, \rho)$ .



- 19.** U aditivnoj grupi  $\mathbf{Z}_7 = (Z_7, +_7)$  odrediti red svakog elementa i generatore grupe.
- 20.** U multiplikativnoj grupi  $\mathbf{Z}_{11} = (Z_{11} \setminus \{0\}, \cdot_{11})$  odrediti red svakog elementa i generatore grupe.
- 21.** Faktorizirati polinom  $P(x) = x^7 - x$  na nesvodljive faktore u polju  $\mathbf{GF}(7)$ .
- 22.** Konstruirati polje  $\mathbf{GF}(4)$  sa elementima  $0, 1, \alpha, \beta$ . Ispitati da li su polinomi  $P(x) = x^2 + x + 1$  i  $Q(x) = x^2 + x + \alpha$  ireducibilni nad datim poljem.
- 23.** Dokazati da nad poljem  $\mathbf{GF}(3)$  polinomi  $P(x) = 2x^3 + x + 1$  i  $Q(x) = x^3 + 2x + 1$  imaju iste vrednosti u svakoj tački polja. Naći nad poljem  $\mathbf{GF}(3)$  polinom  $R(x) = ax + b$  koji ima iste vrednosti sa polinomima  $P(x)$  i  $Q(x)$  u svakoj tački polja.
- 24.** Neka je dat skup kodnih reči  $\mathcal{C} = (Z_2)^3$ . Za zadane tri kodne reči:  $A = (1, 0, 0)$ ,  $B = (0, 1, 0)$  i  $C = (0, 0, 1)$  odrediti skup kodnih reči  $\mathcal{P}$  koji se sastoji od kodnih reči  $P \in \mathcal{C}$  takvih da za  $d_1 = d(A, P)$ ,  $d_2 = d(B, P)$  i  $d_3 = d(C, P)$  važi:

$$d_1 + d_2 > d_3 \quad \text{i} \quad d_2 + d_3 > d_1 \quad \text{i} \quad d_3 + d_1 > d_2.$$

# KOMBINACIJE IZ DISKRETNE MATEMATIKE

<b>B01</b>	3	21
<b>B02</b>	4	14
<b>B03</b>	1	23
<b>B04</b>	6	16
<b>B05</b>	2	22
<b>B06</b>	7	15
<b>B07</b>	9	13
<b>B08</b>	11	18
<b>B09</b>	5	15
<b>B10</b>	12	19
<b>B11</b>	14	21
<b>B12</b>	10	17
<b>B13</b>	15	22
<b>B14</b>	2	11
<b>B15</b>	15	23
<b>B16</b>	8	14
<b>B17</b>	10	24
<b>B18</b>	4	20
<b>B19</b>	1	10
<b>B20</b>	13	20
<b>B21</b>	3	13

<b>B22</b>	14	24
<b>B23</b>	4	16
<b>B24</b>	7	19
<b>B25</b>	9	17
<b>B26</b>	8	11
<b>B27</b>	13	19
<b>B28</b>	8	18
<b>B29</b>	7	13
<b>B30</b>	12	20
<b>B31</b>	6	14
<b>B32</b>	15	17
<b>B33</b>	5	13
<b>B34</b>	3	15
<b>B35</b>	1	13
<b>B36</b>	14	18
<b>B37</b>	2	14
<b>B38</b>	11	21
<b>B39</b>	9	10
<b>B40</b>	10	22
<b>B41</b>	5	19
<b>B42</b>	15	24

Za izbor kombinacije iz diskretne matematike važe ista pravila i isti način prijavljivanja kao za kombinacije iz numeričke analize.